

Mat-2.140 Lineaarinen ohjelmointi

Tentti 19.12.2005

Näsäkkälä

Kirjoita koepaperiin selvästi:

- Mat-2.140 Lineaarinen ohjelmointi
- opintokirjan numero sekä sukunimi ja viralliset etunimet tekstaten
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- nimikirjoitus

1. Tarkastellaan maksimointitehtävää

Ratkaise taulukko muotoisella simplex algoritmilla

$$\max z = 6x_1 + 4x_2 + x_3$$

$$x_1 - x_2 + x_3 \leq 12$$

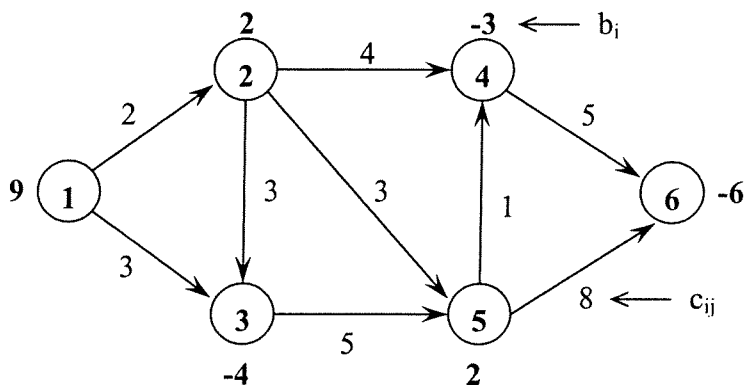
$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 5$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 \leq 8$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

Muodosta ensimmäinen käypä ratkaisu rajoitusehtojen slack-muuttujista.

2. Tarkastellaan alla olevaa virtausverkkoa. Tehtävänä on minimoida virtauskustannukset.



- a) Mikä on verkon primaaliratkaisu (virtaukset)? Entä duaaliratkaisu (solmupotentiaalit)? Kun juurellisen virityspuun juurena on solmu 6 ja virityspuuhun kuuluvat kaaret (1,2), (2,3), (2,4), (5,4) ja (4,6).
- b) Käytä a)-kohdan tulosta alkuratkaisuna ja ratkaise tehtävä verkkotehtävän simplex-algoritmilla. Onko optimiratkaisu yksikäsitteinen?

2. Tarkastellaan kokonaislukuoptimointitehtävää

$$\begin{aligned}\max z &= -x_1 + 4x_2 \\ -10x_1 + 20x_2 &\leq 22 \\ 5x_1 + 10x_2 &\leq 49 \\ 8x_1 - x_2 &\leq 36 \\ x_1, x_2 &\in \mathbb{Z},\end{aligned}$$

jonka relaxoitu ratkaisu (so. x_1, x_2 reaalilukuja) on pisteessä $x_1=3.8, x_2=3$. Piirrä tehtävästä graafinen esitys ja esitä sitä hyväksi käyttäen, miten kokonaisluku-optimi voidaan määrittää branch-and-bound-algoritmillä (graafinen tarkastelu riittää kunkin haaran optimin arvioimiseksi).

3. Tarkastellaan primaalitehtävää

$$\begin{aligned}\min c'x \\ Ax &\geq b \\ x &\geq 0\end{aligned}$$

Muodosta duaaliongelman ja muuta se vastaavaksi minimointitehtäväksi. Johda matriisille A ja vektoreille b ja c ehdot joiden toteutuessa duaali ja primaali ovat identtiset. Anna esimerkki, joka toteuttaa kyseiset ehdot..