

Mat-1.1020 Peruskurssi L2

Välikoe 2 26.3.2007

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa saa käyttää funktiolaskinta, ei muita apuvälineitä. Koeaika on 3h.

1. Matriisi $\mathbf{A} = (a_{ij})$ on kokoa $n \times n$. Määritä käänteismatriisi $\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$, kun tiedetään, että $a_{ij} = 1$, kun $i = j$, $a_{ij} = -c$, kun $i = j + 1$ ja $a_{ij} = 0$ muulloin ($c \in \mathbb{R}$).
2. Lineaarikuvaus $[x, y, z]^T \mapsto [x', y', z']^T = \mathbf{A}[x, y, z]^T$, missä

$$\mathbf{A} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 4 & 1 & -3 \\ 1 & 4 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

on tulkittavissa yhdensuuntaisprojektioksi avaruustasolle T suoran L suunnassa. Määritä T :n yhtälö ja L :n suuntavektori.

3. Määritä pinnan $S : x + xy + xz - 3yz = 0$ tangenttitason yhtälö pisteessä $P = (1, 1, 1)$ sekä ne pinnan pisteet, joissa tangenttitaso on xy -tason suuntainen.
4. Näytä (sopivaan lauseeseen vedoten), että yhtälöryhmä

$$\begin{cases} y^3 - z^3 = e^{x+y+z} + 1 \\ y^2 + z^2 = e^{-x-y-z} + 1 \end{cases}$$

on ratkaistavissa pisteen $(x, y, z) = (0, 1, -1)$ ympäristössä muotoon $y = y(x)$, $z = z(x)$.
Laske $y'(0)$ ja $z'(0)$.