Institutionen för matematik
Tekniska högskolan

Pitkäranta

Mat-1.1020 Grundkurs L2

Mellanförhör 3 7.5.2007

Fyll i tydligt *på varje svarpapper* samtliga uppgifter. På *förhörskod och -namn* skriv kursens kod, namn samt *slutförhör* eller *mellanförhör* med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Funktionsräknare är tillåten. Examentid 3h.

1. Bestäm något ortonormerat, positivt orienterat kordinatsystem $\{\xi, \eta\}$ i vilket kurvans S : $2x^2 - 12xy - 7y^2 = 5$ ekvation får formen $a\xi^2 + b\eta^2 = 1$. Beräkna a och b samt klassificera kurvan!

2. Den undre ytan hos en spiraltrappa (mellan två våningar) är ytan
$$x = t\cos\varphi, \quad y = t\sin\varphi, \quad z = a\varphi, \quad (t,\varphi) \in [0,a] \times [0,\pi], \quad a = 1 \text{ m}.$$
Beräkna hur mycket betongfärg (i liter) går åt för att måla ytan, om färgskiktets tjocklek är $2 \cdot 10^{-4}$ m.
Nyttig formel: $\int_0^x \sqrt{1+t^2}\,dt = \frac{1}{2}\left[x\sqrt{1+x^2} + \ln(x + \sqrt{1+x^2})\right]$

3. Betongen som blev över vid gjutandet av spiraltrapporna har stelnat till en kaka (längdenheten = m) $A : 0 \leq z \leq \frac{1}{4}(2 - x^2 - 2y^2)$. Beräkna betongkakans volym (enhet m^3) och höjden ovanför markytan $z = 0$ för kakans tyngdpunkt under antagandet att betongens densitet är konstant.

4. Vektorfält $\vec{F} = (2x + yz - 1)\vec{i} + (xz - 2y)\vec{j} + (xy + 1)\vec{k}$ i rummet är givet.
a) Beräkna kurvintegralen $\int_p \vec{F} \times d\vec{r}$, då p går från punkten $P = (0,0,0)$ till punkten $Q = (1,1,1)$ längs skärningskurvan mellan de paraboliska cylindrarna $y = x^2$ och $z = y^2$.
b) Det påstås att kurvintegralens $\int_p \vec{F} \cdot d\vec{r}$ värde bara beror på kurvan p:s ändpunkter. Är påståendet sant? Motivera!