

Mat-1.1020 Grundkurs L2

Mellanförhör 1 19.2.2007

Fyll i tydligt på varje svarpapper samtliga uppgifter. På förhörskod och -namn skriv kursens kod, namn samt slutförhör eller mellanförhör med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Funktionsräknare är tillåten. Examentid 3h.

1. Beräkna följande bestämda integralers värden:

$$\text{a) } \int_0^\pi \sin^3 x \, dx \quad \text{b) } \int_1^\infty \frac{1}{x^2 - x + 1} \, dx \quad \text{c) } \int_0^1 \frac{e^{3x}}{e^{2x} + 3e^x + 2} \, dx$$

2. Visa genom att jämföra med en integral att för stora $n \in \mathbb{N}$ gäller för vissa $a, b \in \mathbb{R}$ att

$$\sum_{k=n}^{\infty} \frac{\ln k}{k\sqrt{k}} = \frac{1}{\sqrt{n}}(a \ln n + b) + \mathcal{O}(n^{-3/2} \ln n)$$

Vilka är värdena på konstanterna a och b ?

3. Punkten $P = (x, y)$ är på kurvan $y = y(x)$, $x > 0$, och kurvans tangentlinje i punkten P skär positiva y -axeln i punkten Q . Bestäm kurvans ekvation, om man vet att punkten $(1, 1)$ är på kurvan och att triangeln OPQ ($O = \text{origo}$) har arean $= 1$ oberoende av punkten P .
4. Bestäm lösningarna till följande differentialekvationer, som satisfierar begynnelsevillkoren $y(1) = y'(1) = 1$: a) $y'' = -2x(y')^2$ b) $4x^2 y'' = -y$