T-61.3010 DIGITAALINEN SIGNAALINKÄSITTELY JA SUODATUS

Tentti / 17.12.2008 / OS

1. **Monivalinta: Jokaisessa alla olevista vaihtoehdoista on 1-4 oikeaa vastausta, <u>valitse ainoastaan yksi vaihtoehto</u>. Vastausta ei tarvitse perustella.**

Oikea vastaus +1 p, väärä vastaus −1 p, ei vastausta 0 p. Tehtävän minimipistemäärä 0 p.

1.1 Kahden pisteen liukuvan keskiarvon suodatin:

(A) Suodattimen impulssivaste on äärettömän pituinen (IIR-suodatin)

(B) Suodattimen impulssivaste on $h[n] = 0.5(\delta[n] - \delta[n-1])$

(C) Suodatin vaimentaa signaalin nopeita muutoksia

(D) Suodatin voidaan toteuttaa yhdellä viive-elementillä

1.2 Suodattimen impulssivaste on $h[n] = (0.8)^{n+2}\mu[n+2]$

(A) Suodatin on kausaalinen

(B) Suodatin on stabiili

(C) Suodatin on IIR-suodatin

(D) Impulssivasteen kolme ensimmäistä termiä ovat: 1, 0.8 ja 0.64

1.3 Tarkastellaan sekvenssiä $x[n] = x_1[n] + x_2[n] + x_3[n]$, missä osasekvenssien $x_i[n]$ perusjaksot ovat $N_1 = 8$, $N_2 = 10$ ja $N_3 = 20$. Mitä voidaan sanoa summasekvenssin $x[n]$ jaksollisuudesta?

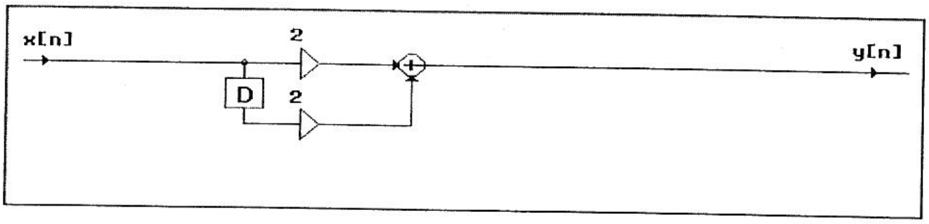
(A) Ei ole olemassa perusjaksoa N_0

(B) Perusjakso on $N_0 = 4$

(C) Sekvenssi on jaksollinen jaksonpituudella $N = 8 \cdot 10 \cdot 20 = 1600$

(D) Perusjakso on näytteenottotaajuuden monikerta

1.4 Alla olevan kuvan mukaisen suodattimen impulssivaste $h[n]$ konvoloidaan tulosekvenssin $x[n] = 0.5^n \mu[n]$ kanssa



(A) Konvoluution tuloksena saatava lähtösekvenssi on äärellisen pituinen

(B) Konvoluutiota ei voida laskea, koska suodatin on epästabiili

(C) Konvoluutio tuottaa nollasta eroavia arvoja n:n arvosta $n = 0$ alkaen

(D) Konvoluution tulos on y[0] = 1, kun n = 0

1.5 Kompleksinen eksponentifunktio $e^{j\omega}$

(A) Piirtää yksikköympyrän, kun $\omega = [0 \ldots \pi]$

(B) Voidaan kirjoittaa muotoon $e^{j\omega} = \cos(\omega) + \sin(\omega)$

(C) Reaaliosa on kosinifunktio

(D) Funktion $e^{j\omega}$ arvo kiinteällä taajuuden ω arvolla on suodattimen taajuusvaste

1.6 Sekvenssi $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (\delta[n-1-2k] + \delta[n-3k])$

(A) Täyttää jaksollisuuden ehdon $x[n] = x[n+kN]$ perusjaksolla N_0=6

(B) Saa arvot: ..., $x[0]$=1, $x[1]$=1, $x[2]$=0, $x[3]$=2, $x[4]$=0, $x[5]$=1, $x[6]$=1, $x[7]$=1, $x[8]$=0, $x[9]$=2, $x[10]$=0, $x[11]$=1, $x[12]$=1, $x[13]$=1, $x[14]$=0, $x[15]$=2, ...

(C) Sekvenssin $x[n]$ arvo indeksin n arvolla 2007 on 2, ts. $x[2007]$=2

(D) Sekvenssi ei ole periodinen suurilla negatiivisilla indeksin n arvoilla

KÄÄNNÄ !

2. (a) Mikä on sekvenssin $x[n] = e^{j(3n/7+\pi/3)}$ jakso ? (2p)

(b) Laske sekvenssien $h[n] = \delta[n] - 2\delta[n-1] + \delta[n-2]$ ja
$x[n] = \delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2] + \delta[n-3] + \delta[n-4]$ konvoluutio, $y[n] = h[n] * x[n]$.
Minkälaista suodatinta (alipäästö, ylipäästö, kaistanpäästö tai kaistanesto) $h[n]$:n kuvaama impulssivaste edustaa? (2p)

(c) Laske suodattimen $H(z) = \frac{1}{2}(1 - z^{-4})$ taajuusvaste. Hahmottele suodattimen amplitudivaste ($|H(e^{j\omega})|$. (2p)

3. Tarkastellaan kahta äärellisen impulssivasteen (FIR) systeemiä, joiden impulssivasteet ovat

$$h_1[n] = \delta[n] + 2\delta[n-2] + \delta[n-4]$$
$$h_2[n] = \delta[n] - \delta[n-4]$$

(a) Muodosta systeemien $h_1[n]$ ja $h_2[n]$ kaskadikytkennän impulssivaste $h[n]$ ja siirtofunktio $H(z)$.
(b) Laske kaskadikytkennän taajuusvasteen itseisarvo ja vaihe sekä hahmottele näiden kuvaajat.
(c) Määritä kaskadikytkennän askelvaste. Miten askelvaste käyttäytyy, kun n on suuri?
(d) Miten systeemien $h_1[n]$ ja $h_2[n]$ rinnankytkennän vaihe käyttäytyy?

(6 p)

4. Kvantisointivirhettä voidaan kompensoida ns. virheen takaisinkytkennän (error feedback) avulla. Menetelmässä suodatettu virhesignaali lisätään kvantisointia (Q[.]) edeltävään haaraan suodatinrakenteessa. Ilman takaisinkytkentää virhesignaali $e[n]$ systeemissä on puhdas kvantisointivirhe, ts. $e[n]=y[n]-x[n]$; kompensoidussa piirissä virhesignaali on lähdön $y[n]$ ja kompensoidun tulosignaalin välinen erotus. Oheisessa kuvassa on toisen asteen error feedback -rakenne.

(a) Määrää rakenteen kohinasiirtofunktio $H_e(z)$

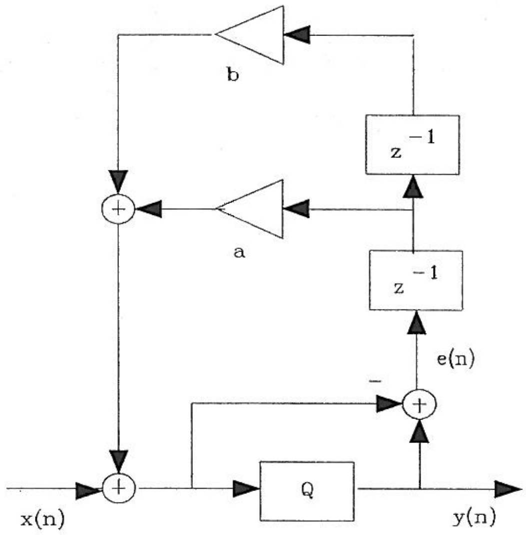
$$E_{tot}(z) = H_e(z)\, E(z)\,,$$

missä $E(z)$ on virheen $e[n] = Q[x[n]] - x[n]$ z-muunnos ja $E_{tot}(z)$ kokonaisvirheen $e_{tot}[n] = y[n] - x[n]$ z-muunnos.

(b) Määrää siirtofunktion $H_e(z)$ amplitudivaste, kun $a = 2$ ja $b = 1$.
Hahmottele amplitudivasteen kuvaaja. Miten kohinan spektri muuttuu?

(c) Mitä tapahtuu virheen varianssille?

(6 p)



5. Kehitä rekursiivinen algoritmi, joka generoi jonon n^3 (0,1,8,27,...). Algoritmi on muotoa

$$y[n] = \sum_{i=1}^{N} a_i\, y[n-i] + b$$

missä a_i ja b ovat vakioita. Mitkä ovat tarvittavat alkuarvot? (6 p)

Vihjeitä: Tutki sekvenssin peräkkäisiä termejä esimerkiksi lausekkeiden $(n-1)^3$, n^3, $(n+1)^3$ avulla ja lausu ne $y[n]$:n sekä sen siirrettyjen esiintymien avulla.

Toinen mahdollisuus on tarkastella z-muunnoksen avulla rekursiivisen generaattorin siirtofunktiota. Generaattorissa ei ole input-signaalia, mutta se voidaan ajatella "käynnistetyksi" yksikköimpulssilla

$$Z\{n^3\} = \frac{z(z^2 + 4z + 1)}{(z-1)^4}$$