

**Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme koti-
tehtävää ovat hyväksytysti suoritettut ennen tenttiä.**

Tehtävä 1 (10p)

- (a) Määrittele seuraavat käsitteet: *riittävä konnektiivijoukko*, *Herbrand-universumi* ja *täysi oikeellisuus*. (3 × 2p)
- (b) Mitä tarkoitetaan merkinnällä $\Sigma \models \phi$?
Osoita yksityiskohtaisesti, että jos $\Sigma \cup \{\phi\} \models \psi$, niin $\Sigma \models \phi \rightarrow \psi$. (4p)

Tehtävä 2 (10p) Todista semanttisilla tauluilla seuraavat väittämät:

- (a) $\models (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$
- (b) $\models \exists x(P(x) \vee Q(x) \rightarrow \forall x(P(x) \vee Q(x)))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 (10p) Johda lauseelle

$$\neg(\forall x \exists y(P(x) \wedge Q(y)) \rightarrow \exists y \forall x(P(x) \wedge Q(y)))$$

Prenex-normaaliomuoto sekä mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto (eli klausuulijoukko S) ja osoita S toteutumattomaksi resoluutiolla.

Tehtävä 4 (10p) Esitetään kirjaimista a ja b koostuvat merkkijonot "", "a", "b", "aa", "ab", "ba", "bb", ... muuttujattomilla termeillä

$$e, a(e), b(e), a(a(e)), a(b(e)), b(a(e)), b(b(e)), \dots,$$

jotka rakentuvat vakiosymbolista e , joka tarkoittaa tyhjää merkkijonoa "", ja yksipaikkaisista funktioista $a(x)$ ja $b(x)$, joiden ajatellaan liittävän vastaavan kirjaimen a tai b merkkijonon x alkuun. Täten $a(b(e))$ tulkitaan $a(b("")) = a("b") = "ab"$.

- (a) Määrittele predikaatti $AB(x) =$ "merkkijono x on muotoa $abab \dots ab$, missä merkkijono ab toistuu $n \geq 0$ kertaa" predikaattilogiikalla siten, että määritelmäsi kattaa kaikki äärelliset merkkijonot edellä kuvatulla tavalla esitettynä.
- (b) Anna laatimallesi määritelmälle Σ malli $S \models \Sigma$, jonka perusteella

$$\Sigma \not\models AB(b(a(e))).$$

Tehtävä 5 (10p)

Selitä, kuinka ehtolausekkeelle

$$\text{if}(B) \text{ then } \{C_1\} \text{ else } \{C_2\}$$

voidaan muodostaa *heikoin esiehto* B_1 annetusta jälkiehdosta B_2 .

Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa Minus:

$$v = x ; z = y ; \text{while}(! (z == 0)) \{ z = z - 1 ; v = v - 1 \}.$$

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\text{true}] \text{Minus} [v == x - y].$$