

1. Selitä lyhyesti seuraavat käsitteet (1p/kohta):
 - a) FCC-hila
 - b) N-tyypin puolijohde
 - c) MOSFET:n kynnysjännite
 - d) Puolijohteen työfunktio
 - e) MBE-menetelmä
 - f) Tunneloituminen

2. Kirjoita esseemuodossa ja käytä tarvittaessa myös kuvia
 - a) Hall-ilmiö (Selitä ilmiö, kerro samalla mittausjärjestelyistä ja miksi Hall-mittausta käytetään yleisesti puolijohteille) (3p)
 - b) Oksidointi (Kerro eri oksidointimenetelmien toimintaperiaatteet: oksidointi uunissa ja oksidointi CVD menetelmällä. Vertaile myös menetelmiä toisiinsa) (3p)

3. Wolframia on höyrytetty n-tyypin piin päälle. Wolframin työfunktio on 4.54 eV. Puolijohteen seostus on 10^{16} cm^{-3} ($T=300\text{K}$)
 - a) Laske Schottky-vallin ja liitospotentiaalin suuruus (3 p)
 - b) Piirrä energiavyödiagrammi, kun bias-jännite on 0,2 V. Merkitse kuvaan Fermi-energian, Schottky-vallin, liitospotentiaalin ja bias-jännitteen TARKAT paikat (3p)

4.
 - a) Selosta mitä tapahtuu ja syntyy kun p-tyypin ja n-tyypin puolijohdepalat yhdistetään?
 - b) Piirrä pn-liitoksen energiavyödiagrammi, varausjakauma ja sähkökenttä termodynaamisessa tasapainossa ($T=300\text{K}$) (3p)

5. Hahmottele Si-SiO₂ MOS-systeemin kapasitanssi jännitteen funktiona, kun oksidin paksuus $x_{ox}=30 \text{ nm}$, substraatin seostus $N_a=5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ja pinta-ala $A=10^{-8} \text{ m}^2$. Mikä on kapasitanssin maksimi- ja minimiarvo? ($T=300 \text{ K}$). (6p)

Vakioita: $q = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ $m_o = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
 $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ $\epsilon_o = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$

Piille ($T=300 \text{ K}$): $N_C = 2.8 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ $N_V = 1.04 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ $n_i = 1.45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$
 $E_g = 1.12 \text{ eV}$ $\epsilon_r = 11.7$ $qX = 4.05 \text{ eV}$
 $\mu_n = 1417 \text{ cm}^2/(\text{Vs})$ $\mu_p = 471 \text{ cm}^2/(\text{Vs})$

Piidioksidille ($T=300\text{K}$): $\epsilon_r = 3.9$ $qX = 1 \text{ eV}$

Klassinen johde, kvanttimekaniikka ja aineenrakenne

$$J = \sigma E$$

$$\sigma = \frac{q^2 \tau}{m} n.$$

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

$$|v_D| = \mu E$$

$$\mu = \frac{q\tau}{m}$$

$$v_D(t) = -\frac{qE\tau}{m}(1 - e^{-t/\tau})$$

$$\vec{F} = -q\vec{v} \times \vec{B}.$$

$$R_H = -\frac{1}{qn}.$$

$$U_H = \frac{1}{qn} \frac{IB}{W}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u}{dx^2} + V(x)u = \mathcal{E}u$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V(x)\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

$$\Delta p \Delta x = 2\pi\hbar$$

$$2d \sin \theta = n\lambda$$

$$\vec{R} = n_1 \vec{a}_1 + n_2 \vec{a}_2 + n_3 \vec{a}_3,$$

$$l = v_{Th} \tau, \text{ jossa } v_{Th} \sim \sqrt{k_B T / m^*}$$

Metallin vapaaelektronimalli ja energiavyöt

$$\mathcal{E}(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$$k = (2m\mathcal{E}/\hbar^2)^{1/2}$$

$$g(\mathcal{E}) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \sqrt{\mathcal{E}}.$$

$$f(\mathcal{E}) = \frac{1}{1 + e^{(\mathcal{E} - \mathcal{E}_F)/k_B T}}$$

$$f(\mathcal{E}) = e^{-\mathcal{E}/k_B T}$$

$$\mathcal{E}_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}.$$

$$k_F = (3\pi^2 n)^{1/3}.$$

$$\lambda_F = \frac{2\pi}{k_F} = 2 \left(\frac{\pi}{3n}\right)^{1/3}.$$

$$v_F = \frac{\hbar k_F}{m}.$$

$$\psi(x) = e^{ikx} R(x).$$

$$\psi(\vec{r}) = \psi_{n\vec{k}}(\vec{r}) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} u_{n\vec{k}}(\vec{r}).$$

$$\hbar \frac{d\vec{k}}{dt} = -q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}).$$

$$\vec{v} = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\vec{k}} \mathcal{E}(\vec{k}).$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{\hbar^2} \nabla_{\vec{k}} \nabla_{\vec{k}} \mathcal{E}(\vec{k}) \cdot (-q)[\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}].$$

$$\left(\frac{1}{m^*}\right) = \frac{1}{\hbar^2} \nabla_{\vec{k}} \nabla_{\vec{k}} \mathcal{E}(\vec{k})$$

$$\vec{I} = |q| \sum_{i \in \text{tyhjät}} \vec{v}(\vec{k}_i) = |q| \sum_{i \in \text{aukot}} \vec{v}_a(\vec{k}_{a,i}).$$

Puolijohdefysiikka

$$\begin{aligned}
 g_c(\mathcal{E}) &= \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{\mathcal{E} - \mathcal{E}_c}, & N_d^+ &= (1 - f(\mathcal{E}_d)) N_d = \frac{N_d}{1 + e^{(\mathcal{E}_F - \mathcal{E}_d)/k_B T}}, \\
 g_v(\mathcal{E}) &= \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_h^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{\mathcal{E}_v - \mathcal{E}}, & N_a^- &= f(\mathcal{E}_a) N_a = \frac{N_a}{1 + e^{(\mathcal{E}_a - \mathcal{E}_F)/k_B T}}, \\
 n &= N_c e^{-(\mathcal{E}_c - \mathcal{E}_F)/k_B T}, & n + N_a^- &= p + N_d^+, \\
 N_c &= 2 \left(\frac{m_e^* k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2}, & \mu_I &= \frac{q\tau}{m^*} \sim \frac{T^{3/2}}{\sqrt{m^*} N_I}, \\
 p &= N_v e^{-(\mathcal{E}_F - \mathcal{E}_v)/k_B T}, & \mu_{\text{fon}} &= \frac{q\tau}{m^*} \sim (m^*)^{-5/2} T^{-3/2}, \\
 N_v &= 2 \left(\frac{m_h^* k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2}, & \frac{1}{\mu} &= \frac{1}{\mu_I} + \frac{1}{\mu_{\text{fon}}}, \\
 n p &= N_c N_v e^{-\mathcal{E}_g/k_B T} = n_i^2, & n &= n_0 + \Delta n, p = p_0 + \Delta p, \\
 n &= N_d - N_a, p = \frac{n_i^2}{N_d - N_a}, & \Delta p &= \Delta n = \tau_p G_{\text{opt}}, \\
 \mathcal{E}_{Fi} &= \frac{1}{2}(\mathcal{E}_c + \mathcal{E}_v) - \frac{3}{4} k_B T \ln(m_e^*/m_h^*), & D_n &= \frac{k_B T}{q} \mu_n, \\
 f(\mathcal{E}_d) &= \frac{1}{1 + e^{(\mathcal{E}_d - \mathcal{E}_F)/k_B T}}, & v_n &= \frac{D_n}{L_n}, \\
 f(\mathcal{E}_a) &= \frac{1}{1 + e^{(\mathcal{E}_a - \mathcal{E}_F)/k_B T}}, & L_n &= \sqrt{\tau_n D_n}, \\
 & & J_n &= q \mu_n n \bar{E} + q D_n \nabla n, \\
 & & J_p &= q \mu_p p \bar{E} - q D_p \nabla p.
 \end{aligned}$$

Metallipuolijohde- ja pn-liitos

$$\begin{aligned}
 q\Phi_i &= q(\Phi_M - \Phi_S), & x_d &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d} \right)} (\Phi_i - V_a), \\
 q\Phi_B &= q(\Phi_M - X), & x_d &= x_p + x_n, \\
 E_m &= \frac{q}{\epsilon_s} N_d x_d, & N_a x_p &= N_d x_n, \\
 E_m &= 2\Phi_i / x_d, & C(V_a) &= \frac{dQ(V_a)}{dV_a} = \frac{A\epsilon_s}{x_d(V_a)}, \\
 x_d &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_d} (\Phi_i - V_a)}, & J_n &= \mu_n n \frac{d\mathcal{E}_{Fn}}{dx}, \\
 C &= \frac{\epsilon_s A}{x_d} = A \sqrt{\frac{q\epsilon_s N_d}{2(\Phi_i - V_a)}}, & J_p &= \mu_p p \frac{d\mathcal{E}_{Fp}}{dx}, \\
 J &= \frac{1}{4} q v_T N_c e^{-q\Phi_B/k_B T} (e^{qV_a/k_B T} - 1), & L_p &= \sqrt{D_p \tau_p}, \\
 q\Phi_i &= k_B T \ln \frac{N_d N_a}{n_i^2}, & J &= q n_i^2 \left(\frac{D_n}{N_a L_n} + \frac{D_p}{N_d L_p} \right) (e^{qV_a/k_B T} - 1), \\
 & & J &= J_s (e^{qV_a/(nk_B T)} - 1)
 \end{aligned}$$

Bipolaaritransistori

$$I_C = -qD_n \frac{dn}{dx} A = qD_n \frac{1}{x_B} \frac{n_i^2}{N_{aB}} (e^{qV_{BE}/k_B T} - e^{qV_{BC}/k_B T}) A$$

$$n(0) = \frac{n_i^2}{N_{aB}} e^{qV_{BE}/k_B T},$$

$$n(x_B) = \frac{n_i^2}{N_{aB}} e^{qV_{BC}/k_B T},$$

$$\alpha_T = \frac{I_n(x_B)}{I_n(0)},$$

$$\alpha_T = 1 - \frac{I_r}{I_n(0)} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{x_B}{L_n} \right)^2.$$

$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{D_p}{D_n} \frac{x_B}{x_E} \frac{N_{aB}}{N_{dE}}}.$$

$$\alpha_F = \alpha_T \gamma$$

$$\beta_F = \frac{I_C}{I_B} = \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F}.$$

$$f_T = \frac{1}{2\pi} \frac{g_m}{(C_{JE} + C_{JC} + C_D)}$$

$$f_T = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\tau_B},$$

$$\tau_B = \frac{1}{2} \frac{x_B^2}{D_n}.$$

MOS-systeemit ja MOSFET

$$C'_{acc} = C'_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{x_{ox}}$$

$$C' = \frac{1}{\frac{1}{C'_{ox}} + \frac{x_d}{\epsilon_s}}$$

$$n_s = \frac{n_i^2}{N_a} e^{q\Delta V/k_B T}.$$

$$q\Delta V = 2q\Phi_p = 2k_B T \ln \frac{N_a}{n_i}.$$

$$\Phi_0 = \Phi_S - \Phi_M.$$

$$V_{FB} = -\Phi_0$$

$$V_G = V_{FB} - (Q_n + Q_B)/C'_{ox} + \Delta V$$

$$V_T = V_{FB} + \frac{1}{C'_{ox}} \sqrt{4\epsilon_s q N_a \Phi_p} + 2\Phi_p.$$

$$Q_n = -C'_{ox} (V_G - V_T).$$

$$R = \frac{L}{\mu_n |Q_n| W}.$$

$$I_D = \frac{V_D}{R} = \frac{\mu_n W C'_{ox}}{L} (V_G - V_T) V_D.$$

$$I_D = \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} (V_G - V_T - \frac{1}{2} V_D) V_D.$$

$$I_{Dsat} = \frac{\mu_n W C'_{ox}}{2L} (V_G - V_T)^2,$$

$$V_{Dsat} = V_G - V_T$$

Aurinkokenno

$$V_{oc} = \frac{k_B T}{q} \ln \left(1 + \frac{J_L}{J_s} \right)$$

$$J_L = q \int_{\mathcal{E}_g}^{\infty} d\mathcal{E} \mathcal{F}_{ph}(\mathcal{E}) = q n_{ph}$$

$$J_s = q(v_n N_d + v_p N_a) e^{-q\Phi_i / k_B T}$$

$$V_m = V_{oc} - \frac{k_B T}{q} \ln \left(1 + \frac{qV_m}{k_B T} \right)$$

$$P_m = J_L (V_m - k_B T / q)$$

$$E_m = q(V_m - k_B T / q)$$