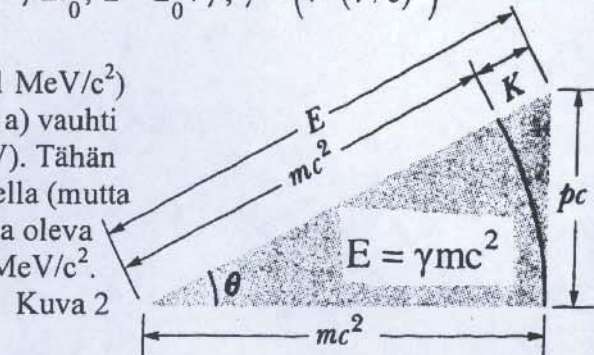


1. Aluksi kello K havaitisijoinen on liikkumattoman S-havaitisijan origossa, jossa molempien kellot näyttävät nolaa. K kulkee pitkin S:n x-akselia suurella vakionopeudella $v = 0,6 \cdot c$ havaitisijan S suhteen. a) Laske K:n Lorentzin kerroin. Eräällä hetkellä K on kohdassa $x_K = 1,8 \text{ la}$ (valovuotta). Laske, mitä K näyttää b) S:n (vastinkellon) mielestä ja c) K:n itsensä mielestä. K lähettää x_K :sta valosignaalin S:n origoon. d) Mitä S:n origohavaitisijan kello näyttää signaalin saapuessa?

Kuva 1 $x' = \gamma(x - vt)$, $y' = y$, $z' = z$, $t' = \gamma(t - vx/c^2)$, $\Delta t = \gamma \Delta t_0$, $L = L_0 / \gamma$, $\gamma = (1 - (v/c)^2)^{-1/2}$

2. Suhteellisuusteoreettisen elektronin m (massa on $m = 0,511 \text{ MeV}/c^2$) liikemäärä on $4mc/3$ (c on valon nopeus). Laske elektronin a) vauhti (c:n suhteen lausuttuna) ja b) liike-energia (yksiköissä MeV). Tähän elektroniin törmää ja tarttuu toinen elektroni saman kokoisella (mutta vastakkaisuuntaisella) liikemäärällä. Tällöin syntyy levossa oleva (yhteis)hiukkanen (massaltaan) M. c) Laske M yksiköissä MeV/c^2 .



3. Laboratoriossa paikallaan oleva radium-hiukkanen hajoaa epärelativistiseksi (klassiseksi) hiukkasiksi: α -hiukkasiksi (massa on noin $m = 3728 \text{ MeV}/c^2$) ja radon-hiukkasiksi Rn (massa on noin $55,5m$) siten, että hajoamis(massa)energia (reaktioenergia) on noin $Q = 4,87 \text{ MeV}$. Laske seuraavassa hajoamisen jälkeen laboratoriossa mitatut energiat yksiköissä MeV, liikemäärät yksiköissä MeV/c ja vauhdit valon nopeuden c avulla. a) Laske α :n ja Rn:n muodostaman hiukkasjoukon yhteinen liike-energia. b) Osoita, että α :n vauhti on noin 5 prosenttia valon nopeudesta. Laske Rn:n c) liikemäärä, d) liike-energia ja e) vauhti.
4. β^- -aktiivisen alkuainenäytteen (AN) jodin $^{131}_{53}\text{I}$ puoliintumisaika on noin 8,0207 d (vuorokautta). AN:n aktiivisuus alussa on 40,54 mCi. a) Osoita, että AN:n hajoamisvakio on noin 10^{-6} 1/s . Laske AN:n b) ydinten lukumäärä ja c) massa. Kun AN on varastoituna t_0 vuorokautta, huomataan radioaktiivisuuden pudonneen 1000:een osaan alkuperäisestä. Laske d) varastointiaika t_0 ja e) AN:n tällöin jäljellä oleva massa. f) Laske hajoamisessa syntyvän tytärtymen ksenonin Xe neutronien ja protonien lukumäärä.

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Kuva 4

5. Kvanttimekaaninen hiukkanen (massa on m) liikkuu x-akselilla laatikossa (syvässä potentiaalienergiakuopassa), jonka leveys on L ($U = 0$ välillä $0 < x < L$, muualla $U = \infty$). a) Perustele, miksi voidaan sanoa, että kuopan seinät ovat "kovia". b) Mikä on probleeman tilanfunktion ψ laatu SI-järjestelmässä? c) Osoita, että energian (eli Hamiltonin (energia)operaattorin) ominaisfunktioit ovat probleeman ratkaisuja muodossa $\psi = \sqrt{2/L} \sin(kx)$. d) Laske k:n riippuvuus kvanttiluvusta n ja laatikon leveydestä L. e) Osoita, että kvanttiluvulla n hiukkasen energia on muotoa $n^2 \cdot E_1$, missä E_1 on perustilan ($n = 1$) energia $h^2/8mL^2$. f) Laske n:n ja L:n avulla hiukkasen edestakaisen liikkeen nopeus (neliöllinen keskimääräinen (rms) nopeus).

Kuva 5 $\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2}[E - U(x)] \psi = 0$

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, $R = 8,314 \text{ J/K/mol} = 1,986 \text{ cal/K/mol}$, $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} = 10^3/\text{u}$, $k_B = R/N_A = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, $T_C = T - 273,15 = (T_F - 32)/1,8$, $1 \text{ atm} = 1,013 \text{ bar} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 760 \text{ torr}$, $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$, $1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$, $1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$, $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 10^{-7} \cdot c^2 = 8,99 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ (C^2/Nm^2), $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ (N/A^2), $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 511 \text{ keV}/c^2$, $m_n \approx m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 938 \text{ MeV}/c^2$, $1 \text{ u} = 10^{-3}/N_A = 1,661 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,5 \text{ MeV}/c^2$, $h = 2\pi\hbar = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}/c$, $1 \text{ la (ly) (valovuosi)} = c \cdot 1 \text{ a} = 9,461 \cdot 10^{15} \text{ m}$, $1 \text{ a (vuosi)} = 3,156 \cdot 10^7 \text{ s}$, $1 \text{ Bq} = 1 \text{ 1/s}$, $1 \text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$