

Mat-1.1120 Matematiikan peruskurssi C2, kevät 2009

Ei laskimia! Jokainen tehtävä on kuuden pisteen arvoinen. Moniosaisten tehtävien osien arvot ovat yhtäsuuret. PERUSTELE VASTAUKSESI!

1. välikoe, 23.2.2009

1. Olkoon $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ funktio $f(x, y) = xy - 5y - 5xy^2 - 4x^2$.

(a) Laske funktion f gradientti sekä kaikki toiset osittaisderivaatat.

(b) Laske funktion f suunnattu derivaatta pisteessä $(-4, -6)$ suuntaan $-3\bar{i} + 6\bar{j}$.

(c) Arvioi funktion f arvoa pisteessä $(1.01, 1.99)$ linearisoimalla f .

2. Määritä pintojen

$$F(x, y, z) = x^2 - y^2 + z^2 - 1 = 0 \quad \text{ja} \quad G(x, y, z) = x^2 + y^2 - 2z^2 = 0$$

leikkauskäyrän tangenttivektori pisteessä $(1, 1, 1)$.

3. Etsi funktion $f(x, y) = xy - y$ minimi- ja maksimi-arvot suljetussa ja rajoitetussa joukossa $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, -x \leq y \leq x^2\}$.

4. Laske tasointegraali

$$\iint_D (1 + y^2 e^{x^4}) \, dA,$$

missä $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0 \text{ ja } \frac{y}{2} \leq x \leq 1\}$.