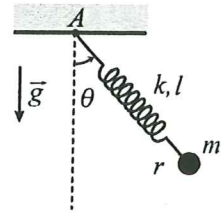
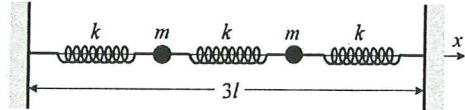


Tfy-0.2113 Teoreettinen mekaniikka Tentti (5 op) 9.3.2009

1. Hiukkanen, jonka massa on m , on kiinnitetty oikeisen kuvan mukaisesti massattomalla jousella (jousivakio k , pituus venymättömänä l) pisteeseen A . Hiukkanen pääsee heilahtelemaan vapaasti kuvan tasossa. Maapallon vetovoiman aiheuttama kiihtyvyyden oletetaan vakioksi \vec{g} . Muodosta systeemin Lagrangen funktio ja Lagrangen liikeyhtälöt käyttäen yleistettyinä koordinaatteina napakoordinaatteja r ja θ .



2. Tarkastellaan oikeisen kuvan mukaista systeemiä, jossa kaksi identtistä hiukkasta (massa m) liikkuu kitkattomasti pitkin x -akselia. Hiukkaset on kiinnitetty toisiinsa massattomalla jousella ja edelleen seiniin samanlaisilla massattomilla jousilla. Kaikkien jousien jousivakio on k ja pituus venymättömänä l . Määritä systeemin pienten värähtelyjen ominaiskulmataajuudet ja normaalimoodit (ominaisvektorit).
3. a) Johda Hamiltonin periaatteesta lähtien Lagrangen liikeyhtälö jatkuvalle yksiulotteiselle päistään ($x = 0$ ja $x = l$) kiinnitetylle systeemille, jonka Lagrangen tiheys on yleisesti muotoa $\mathcal{L} = \mathcal{L}(u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial t}, x, t)$. (4 p.)
 b) Yksiulotteisen kielen Lagrangen tiheys on



$$\mathcal{L} = \frac{\sigma}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 - \frac{\tau}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2,$$

missä σ on kielen massatiheys ja τ kielen jännitys (σ ja τ ovat vakioita). Johda kielen Lagrangen liikeyhtälö (yksiulotteinen aaltoyhtälö)

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

missä $c = \sqrt{\frac{\tau}{\sigma}}$ on karakteristinen nopeus. (2 p.)

4. Vakiomagneettikentässä $\vec{B} = B_z \hat{k}$ liikkuvan varatun hiukkasen (varaus q ja massa m) Lagrangen funktio on $L = \frac{1}{2} m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2} q B_z (x\dot{y} - y\dot{x})$, missä on käytetty merkintää $\dot{x} \equiv \frac{dx}{dt}$, jne. Muodosta systeemin Hamiltonin funktio ja Hamiltonin liikeyhtälöt. Mitä liikevakioita systeemille löydät?

Merkitse nimesi, opiskelijanumerosi (myös kirjain), koulutusohjelmasi, kurssikoodi ja kokeen päivämäärä jokaiseen suorituspaperiisi.