T-61.246 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

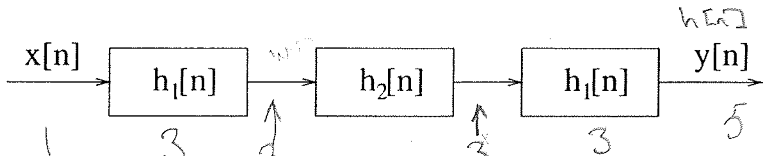
1. välikoe, la 26.10.2002 klo 10-13, päärakennus.

Välikokeessa ei saa olla mitään omia laskimia eikä taulukkokirjoja. Kaikki konseptit palautettava, suttupaperit erikseen.

Välikokeessa jaetaan kurssin taulukkomoniste.

1. (6p) Tutkitaan alla olevan kuvan 1 mukaista LTI-järjestelmien kaskaadikytkentää. LTI-järjestelmän h_1 impulssivaste on $h_1[n] = \mu[n] - \mu[n-2]$. Koko suotimen $h[n]$ impulssivaste on ilmoitettu alla olevassa taulukossa.

n	<0	0	1	2	3	4	>4
h[n]	0	1	0	0	4	3	0



5 = 3 + x = 1
6 - 3 = x

Kuva 1: Kolmen alijärjestelmän kaskaadista koostuva $h[n]$.

a) Laske impulssivaste $h_2[n]$.

b) Laske järjestelmän $h[n]$ vaste syötteeseen $x[n] = -2\delta[n+1] + \delta[n]$.

2. (6p) LTI-suotimen differenssiyhtälö on muotoa

$$y[n] = x[n] + x[n-1] - 2a\,y[n-1] - 2a^2\,y[n-2]$$

jossa kerroin a on reaalinen luku, jonka arvo määrätään myöhemmin.

a) Piirrä suotimen lohkokaavio.

b) Määrää suotimen siirtofunktio (suppenemisalueita (ROC) ei tässä tarvitse huomioida).

c) Tutki kausaalisen suotimen taajuusominaisuuksia a:n funktiona napanollatarkastelulla, kun $a \geq 0$.

3. (6p) Ovatko seuraavat väittämät oikein (O) vai väärin (V)? Oikea vastaus +0.5p, väärä -0.5p, ei vastausta 0p. Vastaa niin moneen kuin haluat; perusteluja ei tarvita. Tehtävän kokonaispistemäärä on kuitenkin 0-6p. Kirjoita vastauspaperiisi taulukko, jossa on kaikki 24 kohtaa. Jos haluat erityisesti kommentoida jonkun kohdan valintaasi, kirjoita se erikseen.

1:		2:		3:		4:		5:		6:	
7:		8:		9:		10:		11:		12:	
13:		14:		15:		16:		17:		18:	
19:		20:		21:		22:		23:		24:	

KÄÄNNÄ PAPERI!

1) Jatkuva-aikaisella signaalilla $x(t) = \sin(\frac{6\pi}{11}\,t) + \sin(\frac{6}{11}\,t)$ ei ole olemassa perusjaksoa T.

2) Sekvenssin $x[n] = \cos(\frac{\pi}{6}\,n) + \sin(\frac{\pi}{4}\,n + \pi)$ perusjakson pituus on $N = 96$.

3) CD:ssä käytetty näytteenottoväli (jakso) on 44,1 ms.

4) Diskreeteille lukujonoille $g_1[n] = \sin(0.8\pi n)$ ja $g_1[n] = \sin(3.2\pi n)$ pätee $g_1[n] = g_2[n]$ kaikilla arvoilla n.

5) Diskreettiaikainen järjestelmä $y[n] = \sum_{k=-3}^{3} x[n-k]$ on lineaarinen ja stabiili.

6) Diskreettiaikainen järjestelmä $y[n] = nx[n]$ on lineaarinen ja aikainvariantti.

7) Diskreettiaikainen kausaalinen järjestelmä ei ennusta tulevaisuutta, joten sen impulssivasteelle pätee $h[n] = 0$, kaikille $n > 0$.

8) Signaalin komponenttien taajuudet pysyvät muuttumattomina LTI-järjestelmissä – vain komponenttien vahvistukset ja vaiheet muuttuvat.

9) Olkoon $y[n] = x_1[n] \circledast x_2[n]$ ja $v[n] = x_1[n - N_1] \circledast x_2[n - N_2]$.
Tällöin $v[n] = y[n - (N_1 + N_2 - 1)]$.

10) Autokorrelaatiosekvenssi saa suurimman arvonsa, kun siirto (lag) on nolla.

11) Lineaarisella ja vakiokertoimisella differenssiyhtälöllä
$\sum_{k=0}^{N} d_k\, y[n-k] = \sum_{k=0}^{M} p_k\, x[n-k]$
voidaan kuvata vain impulssivasteita, joiden pituus on $\max\{N, M\}$.

12) Taajuusvasteen käänteisestä Fourier-muunnoksesta saadaan impulssivaste.

13) Suotimen $y[n] + 0.3\,y[n-3] = x[n] - 0.6\,x[n-1] + 0.2\,x[n-2]$ asteluku on kaksi.

14) Suodin $H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{\infty}(-2\,e^{j\omega})^{-n}$ on stabiili IIR-suodin.

15) Takaisinkytketyn LTI-suotimen siirtofunktiossa on aina nimittäjässä vähintään ensimmäistä astetta oleva polynomi.

16) Olkoon toisen asteen LTI-suotimen navat $p_1 = 0.5$ ja $p_2 = -0.4$ ja nollat $z_1 = 0.5 + 0.4j$ ja $z_2 = 0.5 - 0.4j$.
Väite: Siirtofunktio $H(z)$ on reaalikertoiminen.

17) Siirtofunktio $H(z) = 1/(1 + 5z^{-1} + 6z^{-2})$ voidaan sopivalla suppenevuusalueen valinnalla määrätä samanaikaisesti stabiiliksi mutta ei kausaaliseksi.

18) Jos LTI-suotimen kaikki navat ovat origossa, suodin on FIR-tyyppinen.

19) Siirtofunktion $H(z) = \frac{1}{1+0.2z^{-1}-0.35z^{-2}}$ osamurtokehitelmä on
$H(z) = \frac{0.5}{1+0.7z^{-1}} + \frac{0.5}{1-0.5z^{-2}}$.

20) Siirtofunktio $H(z) = 1 - 2z^{-2} + z^{-4}$ kuvaa lineaarivaiheista suodinta.

21) Lineaarivaiheisen suotimen navat ja nollat ovat peilisymmetrisesti yksikköympyrän suhteen siten, että stabiilin suotimen kaikki navat ovat yksikköympyrän sisäpuolella.

22) Jatkuva-aikaista signaalia $x(t) = \cos(2\pi f t)$, jonka taajuus $f = 98$ kHz, näytteistetään näytteenottotaajuudella $f_s = 10$ kHz. Diskreettiaikaisessa spektrissä $|X(e^{j\omega})|$ on piikki 78 kHz:n kohdalla.

23) Jatkuva-aikaista signaalia $x(t) = \cos(2\pi f t)$, jonka taajuus $f = 98$ kHz, näytteistetään näytteenottotaajuudella $f_s = 10$ kHz. Tämän jälkeen signaali rekonstruoidaan ideaalisella alipäästösuotimella. Kuultava taajuus on 8 kHz.

24) Näytteenottovälin tulee olla vähintään kaksi kertaa niin suuri kuin signaalin korkeimman taajuuden perusjakson, jotta signaali ei vierastu (aliasing) näytteistyksessä.