

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \partial \mathbf{D} / \partial t$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

S-96.1121



Dynaaminen kenttäteoria



©Ari Sihvola

Tentti

19.12.2005

÷ HUOM!! Ratkaise vain 12 tehtävää ... ÷

≈ ... laske tehtävät 1-8 eri paperille kuin tehtävät 9-15 ÷

∴ taskulaskin sallittu, mutta jokseenkin hyödytön ≈ ∴

1. Alkuun laatukysymys: — Luettele seuraavien suureiden yksiköt: sähkökentän voimakkuus \mathbf{E} ; magneettikentän voimakkuus \mathbf{H} ; sähkövuon tiheys \mathbf{D} ; magneettivuon tiheys \mathbf{B} ; (absoluuttinen, siis ei suhteellinen) permittiivisyys ϵ ; (absoluuttinen) permeabilisuus μ .
2. Kehitä auki $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}))$.
3. Johda Ampèren laista jatkuvuusyhtälö $\nabla \cdot \mathbf{J} = -\partial \rho / \partial t$. Tulkitse jatkuvuusyhtälö sanallisesti.

4. Kestomagneetti pudotetaan johdinsilmukan läpi. Minkälainen virta kulkee silmukassa?

S
N

5. Mitkä ovat yhtälön

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x, t) - a^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} f(x, t) = 0$$

kaksi ei-triviaalia ratkaisua? Osoita sijoittamalla, että nämä ratkaisut todella toteuttavat yhtälön. Yhtälössä esiintyvä a on vakio. — (Ei-triviaali tarkoittaa, että ratkaisu on jotain monimutkaisempaa kuin vakio tai lineaarinen funktio.)

6. Kum sähkömagneettinen aalto on vaimentunut 10 desibeliä, kuinka monta prosenttia sähkökentän voimakkuus on alkuperäisestä? Kuinka monta prosenttia tehotiheys on alkuperäisestä?
7. Aineet ovat usein johteita pienillä ja eristeitä suurilla taajuuksilla. Etsi taitekohta hiekkaisen maan tapauksessa. Toisin sanoen, millä taajuudella hiekkamaan (suhteellinen permittiivisyys 3 ja johtavuus 0,1 S/m) kompleksisen permittiivisyyden reaali- ja imaginääriosat ovat yhtäsuuret?
8. Puoliväliin triviakysymys: — Kumpi heijastuu voimakkaammin dielektrisestä rajapinnasta: kohtisuora- vai yhdensuuntaispolarisoitunut sähkömagneettinen aalto? — (Ei tarvitse perustella.)
9. Tasoaalto saapuu kohtisuorasti $z = 0$ -tasossa olevaan johdeseinään. Tulevan aallon sähkökenttäfunktio on $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{u} E_0 e^{-jkz}$. Kirjoita heijastuneen aallon sähkökenttä.
10. Kirjoita oikeakätisesti ympyräpolarisoidun tasoaallon sähkökenttäfunktio, kun se kuljettaa tehoa positiivisen z -akselin suuntaan. Olkoon aallon kentän huippuarvo A ja aineen parametrit ϵ ja μ .
11. Liuskajohdon poikkileikkauksen leveys on l , korkeus k ja eristeaineen permittiivisyys ϵ . Paljonko se kuljettaa tehoa, kun sininmuotoisesti värähtelevän jännitteen huippuarvo on U ?

$$U \left(\frac{l}{\epsilon, \mu_0} \right) \Big| k$$

12. Millä taajuusalueella suorakaidepoikkipintaisessa ($5 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$) aaltoputkessa ei aalto pääse etenemään?
13. Onteloresonaattori täytetään epämagneettisella nesteellä, jonka suhteellinen permittiivisyys on $\epsilon_r = 10$. Mitä tapahtuu alimmalle resonanssitaajuudelle verrattuna tyhjän ontelon resonanssiin?
14. Toteuttaako palloaaltofunktio $e^{-jkr} / (4\pi r)$ Helmholtzin yhtälön $(\nabla^2 + k^2)f = 0$? Perustelee.
15. Päätteeksi säteilykysymys: — Minkälainen on Hertzin dipolin (tai aallonpituuksissa lyhyen dipolin) säteilykuvio kaukokentässä? Piirrä kuva.