S-96.111 Staattinen kenttäteoria Tentti 11.1.2005

Laske tehtävät 1 & 2 eri konseptille kuin tehtävät 3 & 4.
Palauta **vähintään yksi nimelläsi varustettu konsepti tehtäväparia kohden.**
Niputa kaikki saamasi konseptiarkit yhteen — myös tyhjät ja suttupaperit.
Sallittu oheismateriaali: taskulaskin.

1. Origossa sijaitseva sähködipoli (momentti $\bar{\mathrm{p}}$) synnyttää tyhjiöön potentiaalin

$$\phi_{\mathrm{d}}(\bar{\mathrm{r}}) \approx \frac{\bar{\mathrm{p}} \cdot \bar{\mathrm{u}}_r}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad \text{kun ollaan kaukana dipolista.}$$

Dipolin postiivinen pää olkoon $+z$-akselilla ja negatiivinen $-z$-akselilla. Varausten välimatka dipolissa on d. Laske potentiaali xz-tason pisteessä $(r_0, \theta_0, \varphi_0) = (2d, 30°, 180°)$

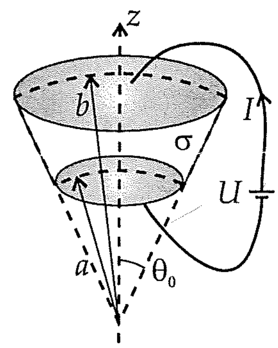
a) dipolikaavasta ja

b) tarkasti.

$|\bar{\mathrm{p}}| = 6{,}2 \cdot 10^{-30}$ Cm, $d = 3{,}9 \cdot 10^{-12}$ m.

2. Pistevaraus Q on korkeudella $z = a$ ideaalijohtavasta xy-tasosta. Määritä johdetasolle indusoitunut varaustiheysfunktio $\varrho_s(x, y)$. Määritä integroimalla kokonaisvaraus tasolla.

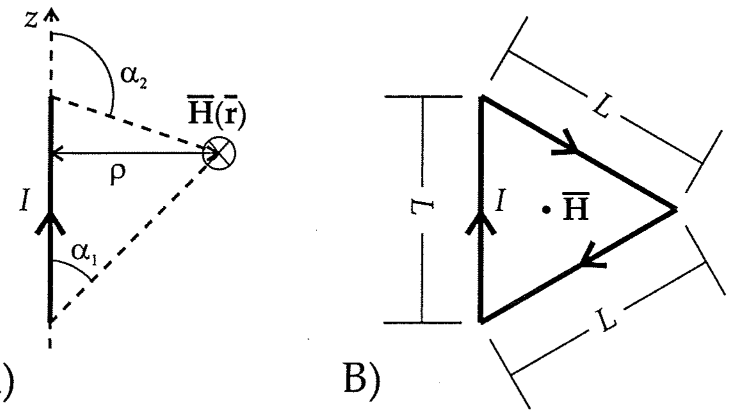
3. Kuvan katkaistun kartion pallomaiset päätypinnat on metalloitu ja päätyjen välillä on johdeainetta ($\sigma = 1{,}1 \cdot 10^7$ S/m). Määritä rakenteen konduktanssi, kun päätypintojen säteet ovat $a = 2{,}1$ cm ja $b = 3{,}0$ cm ja huippukulman puolikas $\theta_0 = 30°$.
Vihje: Potentiaalin $\phi(\bar{\mathrm{r}})$ johdeaineessa saa Laplacen yhtälöstä, jonka ratkaisuksi käy tässä muotoa $\phi(\bar{\mathrm{r}}) = \phi(r) = -c_1/r + c_2$ oleva funktio (c_1, c_2 ovat integrointivakioita).



4. Kuvan A) merkinnöin äärellisen virtalangan magneettikenttä

$$\bar{\mathrm{H}}(\bar{\mathrm{r}}) = \bar{\mathrm{u}}_\varphi \frac{I}{4\pi\rho}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2).$$

Yksinään "äärellinen virtalanka" on tietysti epäfysikaalinen rakenne, joten kytketään kolme L:n mittaista virtalankaa suljetuksi virtapiiriksi: syntyy tasasivuinen kolmio B), jonka reunalla kulkee virta I. Määritä magneettikenttä (suuruus ja suunta) kolmion keskipisteessä.



A) B)