

AS-74. 1102 Sääätötekniikan matemaattiset apuneuvot / Tentti 18. 12. 2008

10 tehtävää.

Ratkaisuissa on esitettävä riittävästi välivaiheita, jotta laskujen kulku voidaan arvostelussa selvittää. Tentissä saa olla mukana kirja: Virkkunen, Sääätötekniikan matematiikkaa. Laskimen käyttö ei ole sallittua.

1. Laplacemuunna

a.  $-5e^{2t}$       b.  $t^3e^{-5t}$       c.  $5e^{-3t} \cos(4t)$

2. Käänteismuunna

a.  $F(s) = \frac{3}{s-4}$       b.  $F(s) = \frac{2}{s(s+2)}$       c.  $F(s) = \frac{2(s+1)}{s(s+2)}$

3. a. Laske matriisin  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  ominaisarvot.

b. Muodosta matriisin  $A$  karakteristinen yhtälö.

c. Osoita laskemalla, että Cayley-Hamiltonin teoreema pätee matriisiin  $A$  sovellettuna.

4. Laske matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

a. determinantti

b. käänteismatriisi

5. Tarkastellaan lukujonoa  $y(k) = e^{-ak}$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  jossa  $a$  on reaalinen parametri.

Laske suoraan määritelmän perusteella lukujonon z-muunnos. Millä ehdolla muunnoksen määrittelevä sarja konvergoi?