

Mat-1.1010 Grundkurs L1

Mellanföreläsning 3 16.12.2008

Fyll i tydligt på varje svarspapper samtliga uppgifter. På föreläsningkod och -namn skriv kursens kod, namn samt slutföreläsning eller mellanföreläsning med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Räknare är inte tillåten. Examenstid 3h.

1. Bestäm möjliga gränsvärden $c = \lim_n x_n$ för fixpunktsiterationen

$$x_{n+1} = 1 - \frac{1}{6x_n}(x_n^2 - 2x_n + 1)(2x_n - 1), \quad n = 0, 1, \dots$$

och klassificera dem som attraktiva eller repulsiva. I attraktiva fall bestäm konvergensens asymptotiska natur förutsatt att x_0 är tillräckligt nära c , men $x_0 \neq c$.

2. Bestäm gränsvärdena $f(0^+)$ och $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ hos funktionen $f(x) = (1/x)^x$, $x \in (0, \infty)$ samt funktionens minsta och största värde, om den har några sådana.
3. Tangentlinjerna till rymdkurvan $S: y = x^2, z = y^2$ skär xy -planet längs en plankurva K . Bestäm a) en tangentvektor till kurvan S i punkten $P = (1, 1, 1) \in S$, b) en tangentvektor till kurvan K i punkten $Q = (-3, 8, 0) \in K$.
4. Vi definierar en reguljär (slät) funktion $y(x)$ i en omgivning av punkten $x = 0$ via ekvationen

$$y(\cos y - \sin y) = 2 \sin x + \cos x + ax + b.$$

- a) Bestäm konstanterna a och b , då man vet att $y(x)$ har ett lokalt extremvärde $y(0) = 0$ i punkten $x = 0$. Rör det sig om ett maximum eller minimum?
- b) Antag att $y(0) = 0$ och $a = -1$. Beräkna en rationell approximation till talet $y(1/10)$ genom att approximera funktionen $y(x)$ med 2:a gradens Taylor-polynom $T_2(x, 0)$. Hur stort uppskattar du att approximationsfelet är?