

Mat-1.1010 Peruskurssi L1

Tentti 15.01.2009

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa ei saa käyttää laskinta. Koeaika on 4h.

1. Todista lukujonoja koskeva nk. 'voileipälause': Jos $a_n \rightarrow a$, $b_n \rightarrow a$ ja $a_n \leq c_n \leq b_n \forall n$, niin $c_n \rightarrow a$.
2. Lentokone lentää maapallon pinnan suuntaisesti kaakkoon (ilmansuunta SE) pisteessä $(45^\circ, 120^\circ)$ eli pisteessä, jonka pallonpintakoordinaatit ovat $\theta = 45^\circ$, $\varphi = 120^\circ$. Mikä on koneen lentosuunta (yksikkövektorina) karteesisen koordinaatiston kannassa $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$?
3. Rinnemaastossa maaston korkeus meren pinnan tasosta $z = 0$ on

$$z = h(x, y) = 200 + \frac{1}{400}(xy - x^2 - 80x - 40y) \quad (\text{pituusyksikkö} = \text{m})$$

Rinteen pisteessä $P = (0, 0, 200)$ oleva metsästäjä ampuu metsästysjousella nuolen vaaka-suoraan suuntaan $3\vec{i} + 4\vec{j}$. Lennon aikana hetkellä t (yksikkö = s) nuoli on pisteessä, jonka paikkavektori on $\vec{r}(t) = 60t\vec{i} + 80t\vec{j} + (200 - 5t^2)\vec{k}$. Lento päättyy nuolen osuessa maaahan pisteessä Q . Laske Q :n koordinaatit x, y, z .

4. Määritä yhtälön $\sin z = 2$ kaikki ratkaisut kompleksitasossa.
5. Funktio f on määritelty \mathbb{R} :ssä seuraavasti:

$$f(x) = \begin{cases} ax + \frac{b}{x} + \frac{\sqrt{1+x} + \cos x - 2}{x^2}, & \text{kun } x \neq 0, \\ c, & \text{kun } x = 0. \end{cases}$$

Määritä vakioiden a, b, c arvot, kun tiedetään, että f on jatkuva pisteessä $x = 0$ ja että $f'(0) = c$ on f :n paikallinen ääriarvo. Onko kyseessä paikallinen maksimi vai minimi?