

## Mat-1.1020 Peruskurssi L2

### Välikoe 2 31.03.2008

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa ei saa käyttää laskinta. Koeaika on 3h.

1. Lineaarikuvaus

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

on tulkittavissa geometrisesti peilaukseksi erään avaruustason  $T$  suhteen. Määritä  $T$ :n yhtälö perusmuodossa ja näytä, että kyseessä on todellakin peilauskuvaus.

2. Janan  $AB$  päätepiste  $A$  on  $xy$ -tason piste  $(x_1, x_2, 0)$  ja päätepiste  $B$  on  $yz$ -tason piste  $(0, x_3, x_4)$ .
- a) Laske  $\nabla f(6, 3, -3, 3)$ , missä  $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$  on janan  $AB$  pituus.
- b) Olkoon  $A = (6, 3, 0)$  ja  $B = (0, -3, 3)$ . Siirretään  $A$  pisteeseen  $A'$ , joka on  $A$ :sta etäisyydellä 0.01 suuntaan  $\frac{1}{5}(-3\vec{i} + 4\vec{j})$  ja  $B$  pisteeseen  $B'$ , joka on  $B$ :stä etäisyydellä 0.02 suuntaan  $\frac{1}{5}(-4\vec{j} + 3\vec{k})$ . Approksimoi janojen  $A'B'$  ja  $AB$  pituuksien erotus differentiaalilla avulla.
3. a) Olkoon  $g(x, y) = \mathcal{D}^2 f(x, y)$ , missä  $\mathcal{D} = y\partial_x - x^2\partial_y$  ja  $f(x, y) = \frac{1}{12}x^2y^3$ . Laske  $g(1, -2)$ .
- b) Yhtälöryhmällä  $x^3y + x^2y^3 = 2.03$ ,  $xy^3 + x^4y^2 = 1.98$  on ratkaisu  $(x, y) \approx (1, 1)$ . Tarkenna ratkaisu iteroimalla kerran Newtonin menetelmällä.
4. Todista Lagrangen kertojaa hyväksi käyttäen väittämä: Suorakulmaisista särmiöistä, joilla on sama sivutahkojen yhteenlaskettu pinta-ala, kuutio on tilavuudeltaan suurin.