

Mat-1.1020 Peruskurssi L2

Tentti 16.05.2008

Täytä selvästi jokaiseen vastauspaperiin kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa ei saa käyttää laskinta. Koeaika on 4h.

1. Laske käyrän $y = e^{-x} |\sin x|$ ja x -akselin väliin jäävän alueen pinta-ala a) välillä $[0, \pi]$, b) välillä $[0, \infty)$.
2. Neliömatriisi $\mathbf{A} = (a_{ij})$ on kokoa $n \times n$ ja sen käänteismatriisi on $\mathbf{B} = (b_{ij})$. Laske käänteismatriisin alkiot b_{ij} , kun

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{kun } j = 1, i = 1 \dots n \\ i, & \text{kun } j = i, i = 1 \dots n \\ 0 & \text{muulloin} \end{cases}$$

3. Lentokone nousee origossa olevalta kentältä pitkin avaruuskäyrää $S : y = x^2, z = x/2 \geq 0$. Ilman lämpötila tarkasteltavissa nousukäyrän pisteissä on

$$T(x, y, z) = -10(2 - 2z + z^2) + (2x^2 + 3y)/(1 + z^2),$$

missä yksiköt ovat $^{\circ}\text{C}$ (T) ja km (x, y, z). Ulkoilman lämpötilaa mitataan myös koneessa — olkoon mittaustulos $T(t)$ hetkellä t (min). Eräällä ajanhetkellä kone on pisteessä $P = (1, 1, 1/2)$ ja sen vauhti on 8 km/min. Mikä on kyseisellä hetkellä mittarilukemasta $T(t)$ laskettu ulkoilman hetkellinen muuttumisnopeus $T'(t)$? Anna tulos yksikkönä $^{\circ}\text{C}/\text{min}$.

4. Valutöistä yli jäänyt betoni on jähmetetty kakuksi $A : 0 \leq z \leq \frac{1}{2}(1 - x^2 - y^2)$ (pituusyksikkö = m). Laske betonikakun tilavuus (yksikkö m^3) ja kakun painopisteen korkeus maan pinnan tasosta $z = 0$ olettaen betonin tiheys vakioksi.
5. Olkoon S yksinkertainen suljettu käyrä avaruustasolla T , jonka yksikkönormaalivektori on $\vec{n} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$. Näytä, että S :n sisään jäävän tasoalueen A pinta-ala on

$$\mu(A) = \frac{1}{2} \left| \oint_S [(bx - cy)dx + (cx - az)dy + (ay - bx)dz] \right|.$$