

Mat-2.3128 Ennustaminen ja aikasarja-analyysi, si-2008

Tentti 14.1.2009 / Mellin

Kirjoita selvästi *jokaiseen koepaperiin* alla mainitussa järjestyksessä:

- Mat-2.3128 Enn / Tentti 14.1.2009
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi, kaikki etunimet
- koulutusohjelma, vuosikurssi
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
- nimikirjoitus

Harjoitustöistä saatavat bonuspisteet lasketaan yhteen tentistä saatavien pisteiden kanssa. Arvosanarajat määrätään kuitenkin ennen bonuspisteiden lisäämistä. Harjoitustyöpisteet ovat voimassa vielä *toukokuun* tentissä.

On täysin luvallista viitata tehtävien ratkaisussa toisten tehtävien ratkaisuihin!

Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta perustele vastauksesi!

1. (a) Esitä (kovarianssi-) stationaarisuuden määritelmä ja kerro millaiset piirteet aikasarjan itsensä sekä sen autokorrelaatio- ja osittaisautokorrelaatiofunktioiden kuvaajissa viittaavat epästationaarisuuteen.
(b) Esittele (stationaaristen ja käännettävien) ARMA-tyyppisten stokastisten prosessien auto- ja osittaisautokorrelaatiofunktioiden pääominaisuudet.
(c) Kerro mitä tarkoitetaan integroituvuudella eli differenssistationaarisuudella. Kuvaa myös tärkeimmät $I(0)$ - ja $I(1)$ -prosessien erot.
(d) Ovatko alla määritellyt kaksi ARMA-prosessia stationaarisia ja käännettäviä?
(d1) $x_t - x_{t-1} + 0.5x_{t-2} = \varepsilon_t - 1.5\varepsilon_{t-1} + 0.5\varepsilon_{t-2}$
(d2) $x_t + \sqrt{2}x_{t-1} + x_{t-2} = \varepsilon_t + 0.25\varepsilon_{t-2}$
2. (a) Kuvissa 2.1-2.3 on *kolmen* SARMA-prosessin *teoreettisten* autokorrelaatio-, osittaisautokorrelaatio- ja spektritiheysfunktioiden kuvaajat. Lisäksi kuvassa 2.4 on yhden realisaation kuvaaja jokaisesta ko. kolmesta prosessista.
Kuvat ovat menneet ”sekaisin”. Kerro mitkä kuvista liittyvät toisiinsa ja mistä kolmesta prosessista (viivepolynomien asteluvut riittävät) on kyse. Perustele lyhyesti valintasi!
(b) Kuvissa 2.5-2.7 on *kolmen* aikasarjan sekä niistä *estimoitujen* autokorrelaatio-, osittaisautokorrelaatio- ja spektritiheysfunktioiden kuvaajat.
Tehtävänäsi on identifioida sopiva ARMA-tyyppinen malli jokaiselle aikasarjalle (viivepolynomien asteluvut riittävät). Perustele lyhyesti valintasi!
3. Esittele stokastinen differenssiyhtälö ja sen virheenkorjausesitys. Määrittele myös yhteisintegroituvuuden käsite ja kerro miten virheenkorjausesitys ja yhteisintegroituvuus kytkeytyvät toisiinsa. Kuvaa stokastisen differenssiyhtälön estimointia erikseen korreloimattomien ja korreloituneiden jäännösten tapauksessa.

Tehtävissä 4 ja 5 viitataan lineaariseen regressiomalliin, jolla on tarkoitus mallintaa *yksityisiä kulutusmenoja rasvoihin* (= voi, margariinit, ruokaöljyt).

Mallin *selitettävä muuttuja*:

LQ1A5PC = Kulutusmenot (per capita) rasvoihin kiinteisiin vuoden 1975 hintoihin (logaritmeina)

Mallin *selittäjät*:

LR1A5 = Rasvojen reaalihintaindeksi, 1975 = 100 (logaritmeina)

LQTOTALPC = Kokonaiskulutusmenot (per capita) kiinteisiin vuoden 1975 hintoihin (logaritmeina)

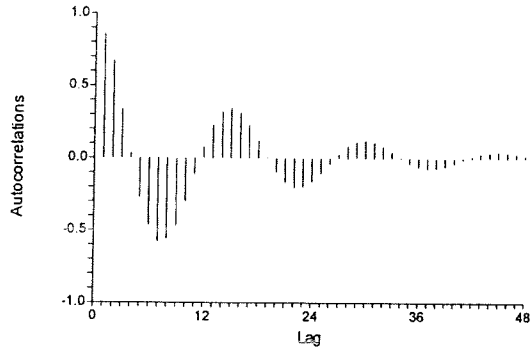
Aineisto koostuu Suomea koskevista vuosiaikasarjoista vuosilta 1950 – 1981.

4. (a) Esittele ns. standardioletukset yleiselle lineaariselle mallille.
(b) Tulkitse tulostuksessa 4.1 esitetyt estimointitulokset em. regressiomallista. Kiinnitä huomiota *ainakin* seuraaviin asioihin:
- Ovatko molemmat selittäjät tilastollisesti merkityksellisiä?
 - Regressiokertoimien tulkinta.
 - Mallin selitysaste.
- (c) Tulkitse tulostus 4.2 (myös tulostuksen kuviot; COOKED = Cooken etäisyys).
(d) Tee tulostuksien perusteella johtopäätökset em. mallin hyvyydestä.
5. (a) Millaisia vaikutuksia standardioletukset toteuttavan yleisen lineaarisen mallin jäännöstermin *heteroskedastisuudella* on mallin regressiokertoimien tavallisiin pienimmän neliösumman estimaattoreihin ja niiden ominaisuuksiin?
(b) Millaisia vaikutuksia standardioletukset toteuttavan yleisen lineaarisen mallin jäännöstermin *korreloituneisuudella* on mallin regressiokertoimien tavallisiin pienimmän neliösumman estimaattoreihin ja niiden ominaisuuksiin?
(c) Tulostuksissa 5.1 ja 5.2 on estimoitu seuraavat *apuregressiot*:
- Tulostus 5.1: Selitettävänä muuttujana on em. kulutusmenoja huonekaluihin mallintavan regressiomallin *residuaalin neliö* (= RESsqrd)
Selittäjänä em. kulutusmenoja huonekaluihin mallintavan regressiomallin *sovite* (= FIT)
- Tulostus 5.2: Selitettävänä muuttujana on em. kulutusmenoja huonekaluihin mallintavan regressiomallin *residuaali* (= RES)
Selittäjinä em. kulutusmenoja huonekaluihin mallintavan regressiomallin *alkuperäiset selittäjät* (= LR1A5PC, LQTOTALPC) sekä *residuaali viipeillä* 1, 2, 3, 4 ja 5 (= RESL1, RESL2, RESL3, RESL4, RESL5)
- Selitä, mikä on ko. apuregressioiden tehtävä ja mitä johtopäätöksiä niitä koskevista estimointituloksista voidaan tehdä em. kulutusmenoja huonekaluihin mallintavan regressiomallin hyvyydestä.

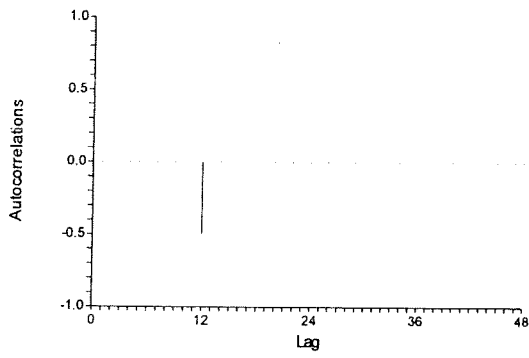
Tehtävä 2 / Kuva 2.1

Autokorrelaatiofunktiot

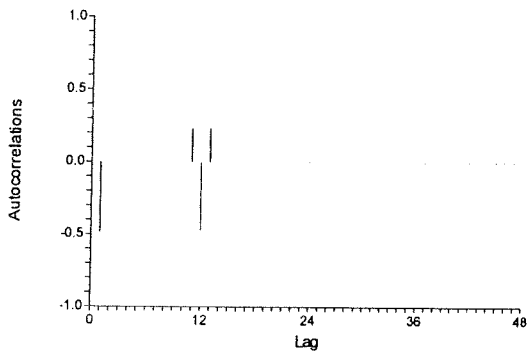
2.1.a



2.1.b



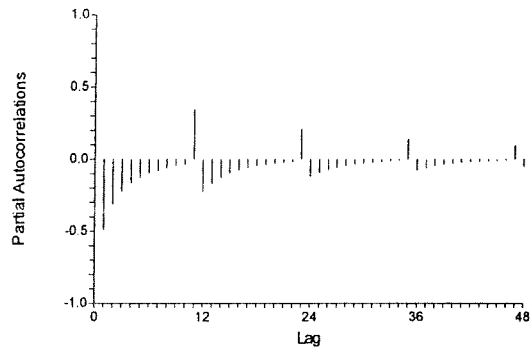
2.1.c



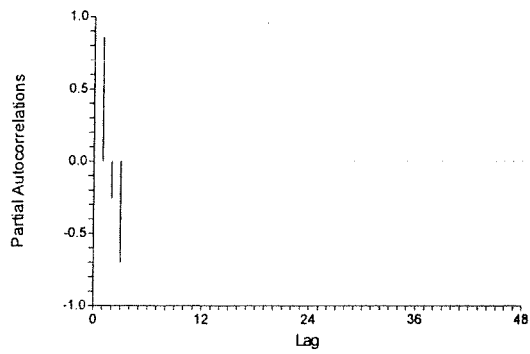
Tehtävä 2 / Kuva 2.2

Osittaisautokorrelaatiofunktiot

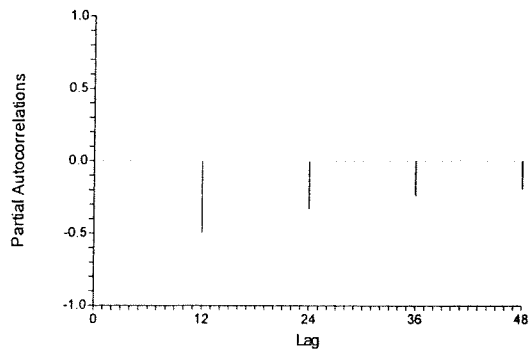
2.2.a



2.2.b



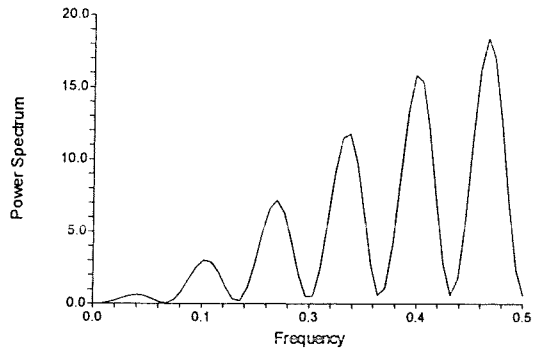
2.2.c



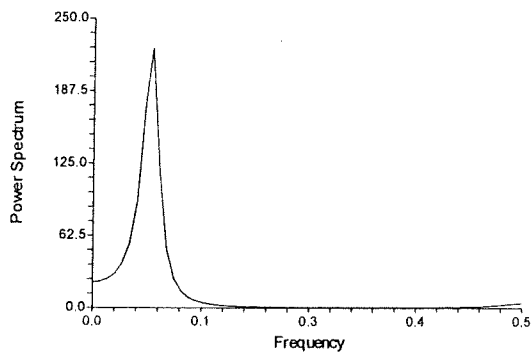
Tehtävä 2 / Kuva 2.3

Spektritiheysfunktiot

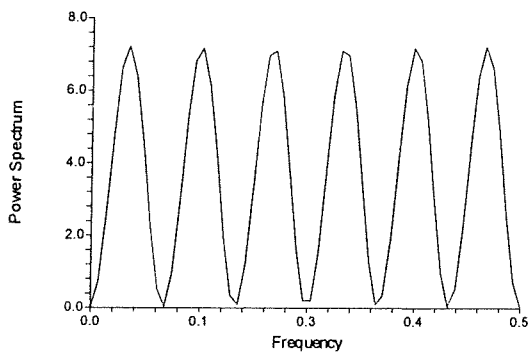
2.3.a



2.3.b



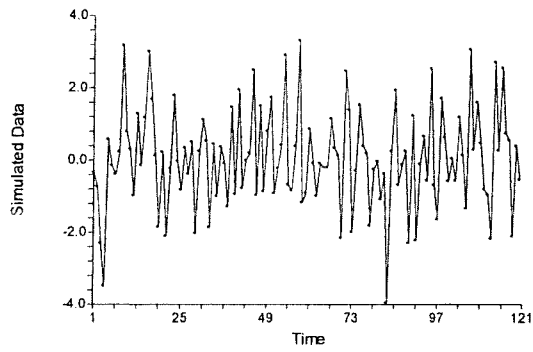
2.3.c



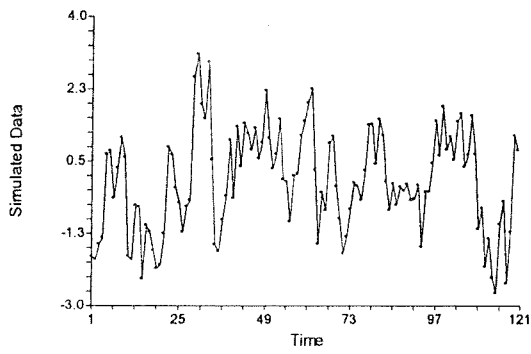
Tehtävä 2 / Kuva 2.4

Realisaatiot (generoidut aikasarjat)

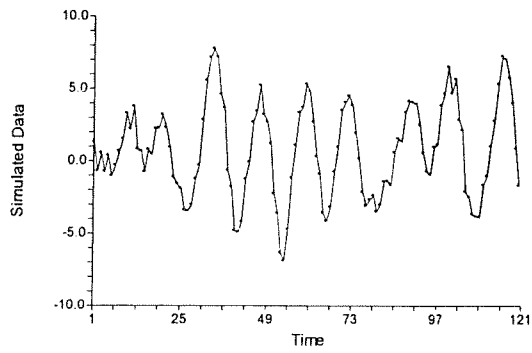
2.4.a



2.4.b



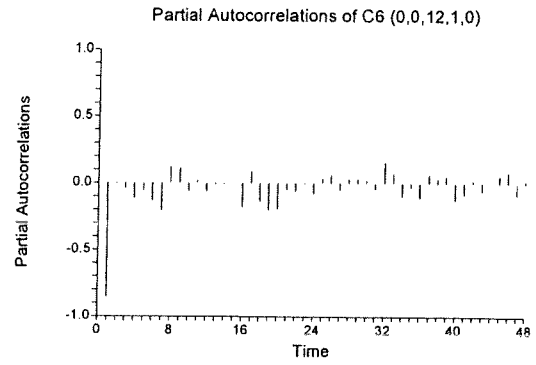
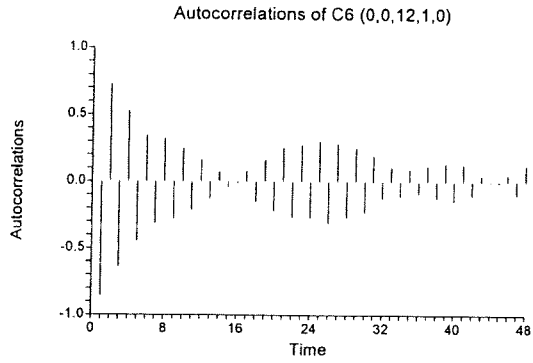
2.4.c



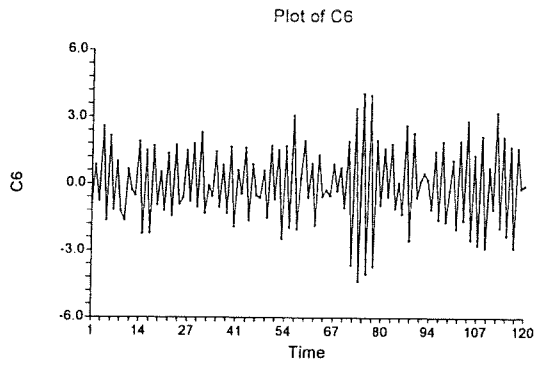
Tehtävä 2 / Kuva 2.5

Aikasarja A

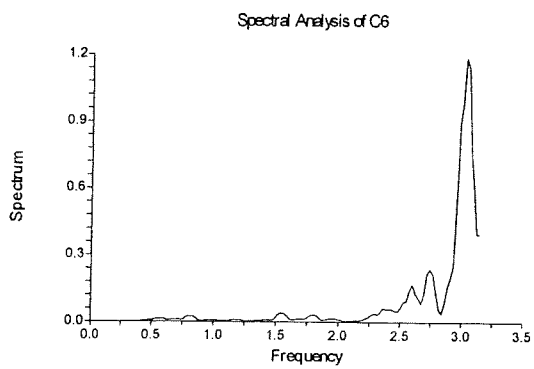
Autocorrelation Plot Section



Data Plot Section



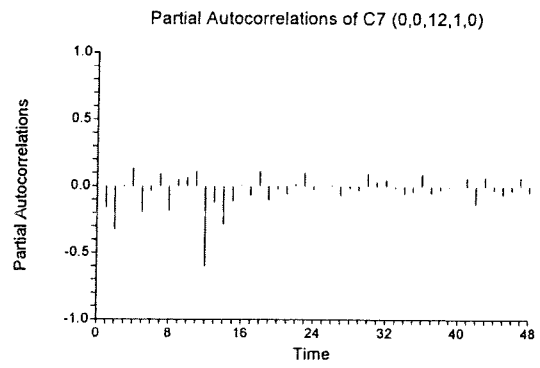
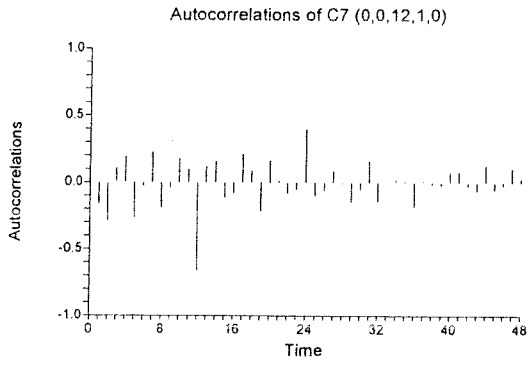
Fourier Plot Section



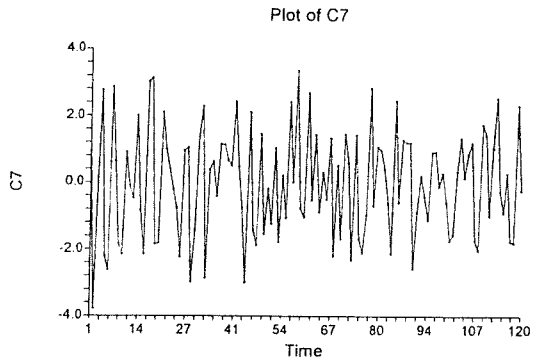
Tehtävä 2 / Kuva 2.6

Aikasarja B

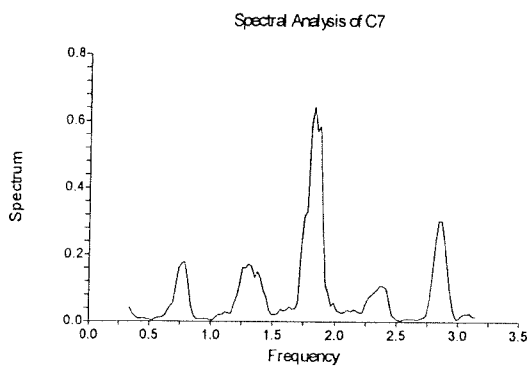
Autocorrelation Plot Section



Data Plot Section



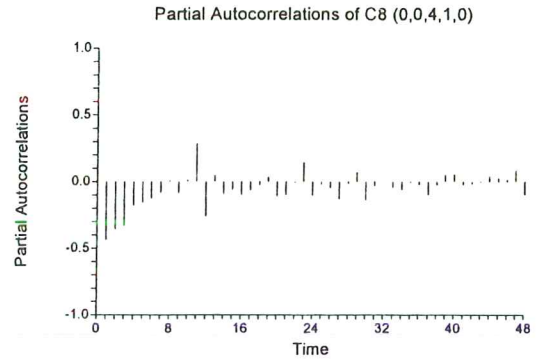
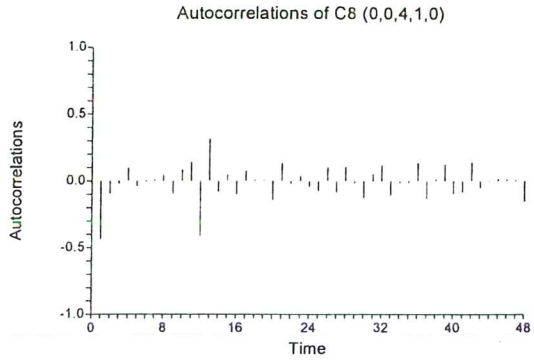
Fourier Plot Section



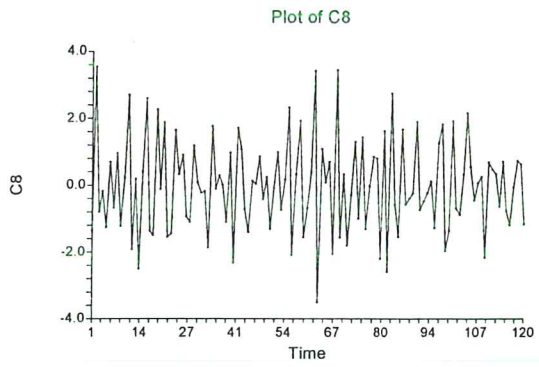
Tehtävä 2 / Kuva 2.7

Aikasarja C

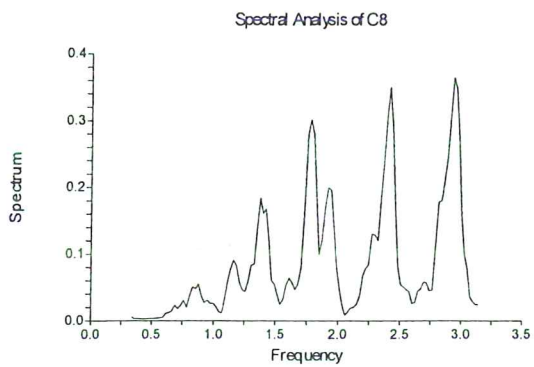
Autocorrelation Plot Section



Data Plot Section



Fourier Plot Section



Tehtävä 4 / Tulostus 4.1

Multiple Regression Report

Dependent LQ1A5PC

Regression Equation Section

Independent Variable	Regression Coefficient	Standard Error	T-Value (Ho: B=0)	Prob Level	Decision (5%)	Power (5%)
Intercept	10.49011	0.9118362	11.5044	0.000000	Reject Ho	1.000000
LR1A5	-0.6857563	0.1414524	-4.8480	0.000039	Reject Ho	0.996757
LQTOTALPC	-0.2115419	4.015703E-02	-5.2679	0.000012	Reject Ho	0.999117
R-Squared	0.539670					

Model

$$10.49011 - 0.6857563*LR1A5 - 0.2115419*LQTOTALPC$$

Regression Coefficient Section

Independent Variable	Regression Coefficient	Standard Error	Lower 95% C.L.	Upper 95% C.L.	Standardized Coefficient
Intercept	10.49011	0.9118362	8.625195	12.35502	0.0000
LR1A5	-0.6857563	0.1414524	-0.9750589	-0.3964536	-0.7116
LQTOTALPC	-0.2115419	4.015703E-02	-0.2936723	-0.1294116	-0.7732
T-Critical	2.045230				

Analysis of Variance Section

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F-Ratio	Prob Level	Power (5%)
Intercept	1	908.9258	908.9258			
Model	2	0.134087	6.704351E-02	16.9991	0.000013	0.999334
Error	29	0.1143743	3.943942E-03			
Total(Adjusted)	31	0.2484614	8.014883E-03			

Root Mean Square Error	6.280082E-02	R-Squared	0.5397
Mean of Dependent	5.329534	Adj R-Squared	0.5079
Coefficient of Variation	1.178355E-02	Press Value	0.1548144
Sum Press Residuals	1.620824	Press R-Squared	0.3769

Tehtävä 4 / Tulostus 4.2

Normality Tests Section

Assumption	Value	Probability	Decision(5%)
Skewness	-1.7849	0.074283	Accepted
Kurtosis	1.7829	0.074609	Accepted
Omnibus	6.3643	0.041496	Rejected

Serial-Correlation Section

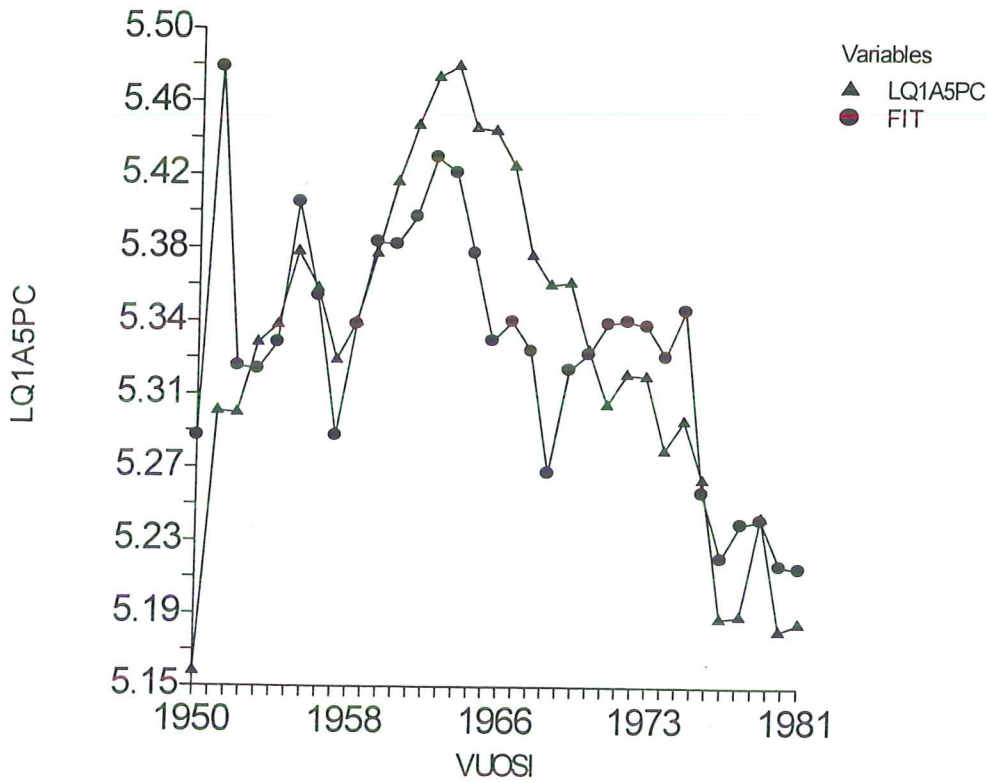
Lag	Correlation	Lag	Correlation	Lag	Correlation
1	0.660216	9	-0.181214	17	-0.306230
2	0.337946	10	-0.286926	18	-0.248020
3	0.320783	11	-0.243307	19	-0.061587
4	0.279865	12	-0.292844	20	0.044924
5	0.128278	13	-0.352577	21	0.060896
6	-0.043090	14	-0.397735	22	0.085925
7	-0.053268	15	-0.363687	23	0.119162
8	-0.031855	16	-0.263724	24	0.127307

Above serial correlations significant if their absolute values are greater than 0.353553
 Durbin-Watson Value 0.5337

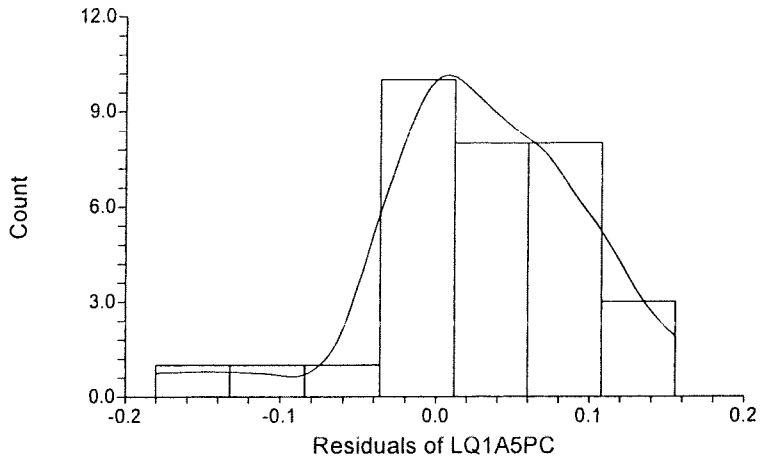
Multicollinearity Section

Independent Variable	Variance Inflation	R-Squared Vs Other X's	Diagonal of Tolerance	X'X Inverse
LR1A5	1.357141	0.263157	0.736843	5.073294
LQTOTALPC	1.357141	0.263157	0.736843	0.408877

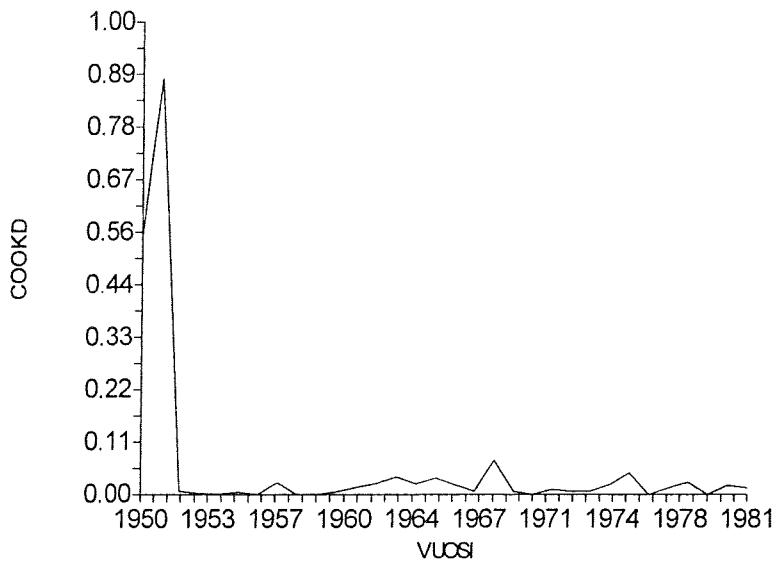
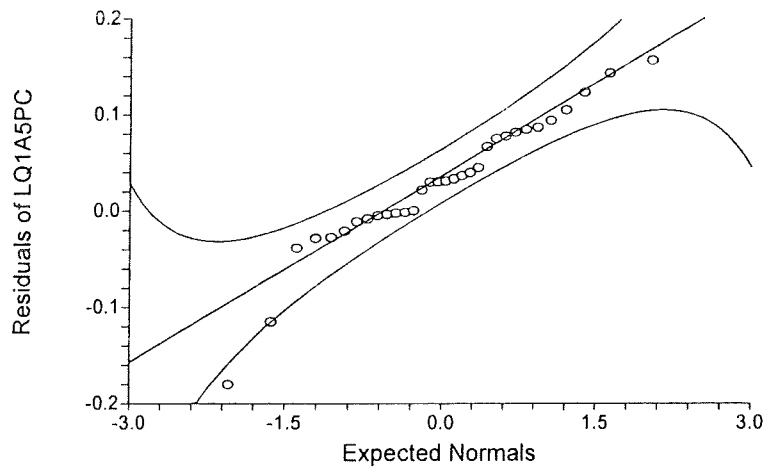
Plots Section



Histogram of Residuals of LQ1A5PC



Normal Probability Plot of Residuals of LQ1A5PC



Tehtävä 5 / Tulostus 5.1

Multiple Regression Report
Dependent RESsqrd

Regression Equation Section

Independent Variable	Regression Coefficient	Standard Error	T-Value	Prob (Ho: B=0)	Decision Level (5%)	Power (5%)
Intercept	-0.1638983	9.245226E-02	-1.7728	0.086419	Accept Ho	0.403763
FIT	3.142349E-02	1.734588E-02	1.8116	0.080074	Accept Ho	0.418343
R-Squared	0.098607					

Analysis of Variance Section

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F-Ratio	Prob Level	Power (5%)
Intercept	1	4.087965E-04	4.087965E-04			
Model	1	1.324023E-04	1.324023E-04	3.2818	0.080074	0.418343
Error	30	1.210321E-03	4.034403E-05			
Total(Adjusted)	31	1.342723E-03	4.331365E-05			

Tehtävä 5 / Tulostus 5.2

Multiple Regression Report
Dependent RES

Regression Equation Section

Independent Variable	Regression Coefficient	Standard Error	T-Value (Ho: B=0)	Prob Level	Decision (5%)	Power (5%)
Intercept	-0.1043307	0.5892466	-0.1771	0.861337	Accept Ho	0.053251
LR1A5	6.906723E-02	0.102197	0.6758	0.507295	Accept Ho	0.098430
LQTOTALPC	-2.445595E-02	2.984031E-02	-0.8196	0.422629	Accept Ho	0.121846
RESL1	0.5602756	0.223239	2.5098	0.021298	Reject Ho	0.663328
RESL2	-9.555386E-02	0.258478	-0.3697	0.715710	Accept Ho	0.064259
RESL3	0.325166	0.2513084	1.2939	0.211211	Accept Ho	0.233129
RESL4	9.036688E-02	0.2041395	0.4427	0.663001	Accept Ho	0.070514
RESL5	-0.1104807	0.1744936	-0.6332	0.534183	Accept Ho	0.092400
R-Squared	0.666855					

Analysis of Variance Section

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F-Ratio	Prob Level	Power (5%)
Intercept	1	3.545317E-03	3.545317E-03			
Model	7	4.050513E-02	5.786447E-03	5.4332	0.001518	0.981650
Error	19	2.023538E-02	1.06502E-03			
Total(Adjusted)	26	6.074051E-02	2.336174E-03			