

1. Ryhmäteorian hyödyntäminen kvanttimekaniikassa.
2. Selitä lyhyesti seuraavat käsitteet ja anna esimerkki kustakin:
  - a) Ryhmän esitys
  - b) Uskollinen esitys
  - c) Unitaarinen esitys
  - d) Redusoimaton esitys.
3. a) Luettele karakteritaulujen ”muodostamissäännöt” ja muodosta ryhmän  $D_4$  (neliön peiteryhmä) kertotaulu ja karakteritaulu.  
b) Määrää ne ryhmän  $D_4$  redusoitumattomat esitykset, joiden mukaan funktiot  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $xy$ ,  $xz$  ja  $yz$  muuntuvat.
4. Määrittele ryhmät  $O(n)$ ,  $SO(n)$  ja  $U(n)$ , sekä määrää niiden dimensiot. Tarkastelemalla ykkösalkion ympäristöä karakterisoi vastaavat Lien algebrat  $o(n)$ ,  $so(n)$  ja  $u(n)$ .
5. Osoita, että Hamiltonin operaattorin invarianttia (symmetriaa) vastaa aina säilyvä suure. Seuraako tästä, että systeemillä on tällöin myös symmetriaan liittyviä ”hyviä” (säilyviä) kvanttilukuja?