

1. Systeemiä kuvataan mallilla

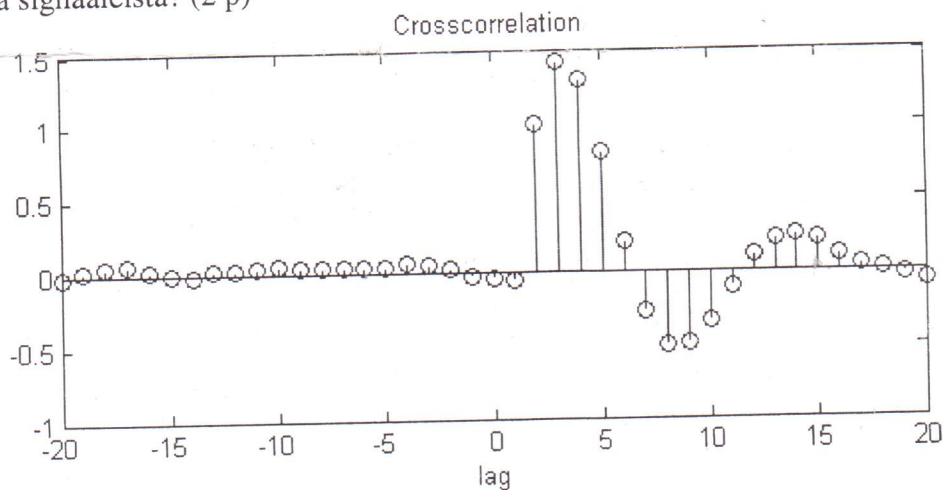
$$\alpha(k) = a\alpha(k-1) + b\alpha^2(k-1) + c\beta(k-1) + e(k),$$

missä $e(k)$ on valkoista kohinaa. Oletetaan tunnetuksi mittausparit $\alpha(k)$, $\beta(k)$ ajanhetkiltä $k = 1, 2, \dots, N$.

- Määrittele pienimmän neliösumman ratkaisussa tarvittavat tietorakenteet (Φ , Y , θ) ja esitä niiden avulla pienimmän neliösumman estimaatti mallin parametreille a , b ja c . (4 p)
- Miten ongelman muotoilu muuttuu, jos ennalta tiedetään, että $b = 0.1$? (2 p)

2. Korrelaatioanalyysi

- Selvitä korrelaatioanalyysin kulku (mihin pyritään, mitä tehdään, mitä saadaan, mitä tuloksista nähdään). (4 p)
- Seuraava kuva esittää erään prosessin syöte- ja vastesignaalin välistä ristikorrelaatiofunktiota. Mitä kaikkea voit päätellä kuvan perusteella prosessista ja signaaleista? (2 p)



3. Tehokkuus.

- Mitä tarkoittaa estimaattorin tehokkuus? (2 p)
- Entä signaalin tehokkuus estimoinnissa? (2 p)
- Jos syötesignaalin vaihteluväli on rajoitettu, minkätyyppinen signaali on estimoinnin kannalta tehokkain? Mihin tilanteisiin tämäntyyppinen signaali sopii/ei sovi? (2 p)

KÄÄNNÄ

4. Prosessin oletetaan noudattavan mallia

$$y(k) = ay(k-1) + u(k-1) + e(k) + ce(k-1),$$

missä kohina $e(k)$ on valkoista ja nollakeskiarvoista. Mallin parametreja estimoidaan iteratiivisesti **laajennetulla pienimmän neliösumman menetelmällä**. Iteraatiokierroksella 2 parametriestimaateiksi on saatu $\hat{a}_2 = -0.7$ ja $\hat{c}_2 = 0.5$. Lisäksi tunnetaan taulukossa esitetyt datapisteet ja edellisellä kierroksella (siis parametriestimaateilla $\hat{a}_1$ ja $\hat{c}_1$) saatu residuaali $\hat{e}_1(k)$.

k	$y(k)$	$u(k)$	$\hat{e}_1(k)$
1	-0.4	-0.7	-0.4
2	-1.1	0.2	-0.6
3	1.1	0	0.3
4	-0.4	0.9	0.2

- a) Esitä vaiheittain ja kaavoja apuna käyttäen, miten lasketaan seuraavan iteraatiokierroksen parametriestimaatit $\hat{a}_3$ ja $\hat{b}_3$. (5 p)
- b) Anna numeeriset arvot a)-kohdan parametriestimaateille. (1 p)

5. Mallin validointi. (Mitä validointi tarkoittaa, miksi sitä tehdään, mitä menetelmiä on käytettävissä...?) (6 p)