

## Mat-1.2620 Sovellettu todennäköisyyslaskenta B

Tentti / 1. vk / 2. vk 15.05.2007 / Mellin

Kirjoita *selvästi* jokaiseen koepaperiin alla mainitussa järjestyksessä:

- Mat-1.2620 / Tentti / 1. vk / 2. vk SovTnB 15.5.2007
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
- nimikirjoitus

Sallitut apuvälineet: **Funktiolaskin ja Mellinin kaava- ja taulukkokokoelma.**

Vastausohjeet: **Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta perustele ratkaisusi. Esimerkiksi pelkkä lukuarvo vastauksena ei anna pisteitä.**

Tentti: **Vastaa kysymyksiin 1-5**

1. välikokeen uusinta: **Vastaa kysymyksiin 1-2 ja 6**

1. välikoe kokonaan (oltava lupa): **Vastaa kysymyksiin 1-2 ja 6-7**

2. välikokeen uusinta: **Vastaa kysymyksiin 3-5 ja 8**

2. välikoe kokonaan (oltava lupa): **Vastaa kysymyksiin 3-5 ja 8-9**

Merkitse koepaperiin *selvästi* mikä vaihtoehdoista on kyseessä.

1. (a) Tulliin tulee 12 henkilöä, joista 4 salakuljettavaa huumeita. Tulli valitsee satunnaisesti 6 henkilöä tarkistettavaksi. Mikä on todennäköisyys, että yksikään salakuljettajista ei jää kiinni?  
 (b) Eräissä maassa 10 % sen asukkaista kantaa tietämättään erästä bakteeria, joka tietyissä olosuhteissa saattaa puhjeta taudiksi. Pikatesti paljastaa bakteerin kantajista 98 %, mutta toisaalta se antaa virheellisen positiivisen tuloksen 6 %:lle niistä, jotka eivät kanno ko. bakteeria. Mikä on todennäköisyys, että henkilö, jota pikatesti väittää ko. bakteerin kantajaksi ei todellisuudessa kanno bakteeria?
2. Heität virheetöntä noppaa 120000 kertaa. Mikä on todennäköisyys, että kuutosten lukumäärä on välillä 19800-20250?
3. Kokeessa verrattiin kahta menetelmää, A ja B, lukemisen opetuksessa.  
 Kokeeseen valittiin peruskoulun 1. luokan oppilaiden joukosta 7 oppilasparia siten, että jokaisessa parissa kummankin oppilaan sukupuoli, älykyys, terveys, vanhempien sosiaalinen asema jne. olivat mahdollisimman samankaltaisia. Toinen *sovitetun parin* jäsenistä valittiin arvalla saamaan opetusta menetelmällä A ja toinen menetelmällä B.  
 Opetusjakson jälkeen kaikki kokeessa mukana olleet oppilaat joutuivat lukutaitokokeeseen. Tulokset kokeesta (koepisteet) on annettu seuraavalla sivulla (korkeampi pistemäärä osoittaa parempaa lukutaitoa).

Pari	Menetelmä	
	A	B
1	73	62
2	76	67
3	95	88
4	69	71
5	68	59
6	94	81
7	55	55

Testaa 1 %:n merkitsevyystasoa käyttäen nollahypoteesia, että opetusmenetelmät A ja B tuottavat lukutaitotestillä mitattuna keskimäärin yhtä hyviä tuloksia, kun vaihtoehtoisena hypoteesina on, että menetelmät eivät ole yhtä hyviä.

Havainnot saa olettaa normaalijakautuneiksi.

4. Eräs atk-alan yritys USA:ssa rekrytoi työntekijänsä kolmesta lähistön yliopistosta. Yritys halusi selvittää onko yliopistolla vaikutusta työntekijöiden työsuoritus-tasoon, jota on mitattu asteikolla tyydyttävä, keskitasoa, hyvä.

Tulokset tutkimuksesta on annettu alla.

Lukumäärä	Työsuorituksen taso			
	Tyydyttävä	Keskitasoa	Hyvä	
Yliopisto	A	14	31	25
	B	25	22	16
	C	20	20	27

Testaa 5 %:n merkitsevyystasoa käyttäen nollahypoteesia, jonka mukaan työsuorituksen taso ei riipu yliopistosta.

5. Eräästä 10:n havainnon aineistosta muuttujan  $y$  estimoidun regressiosuoran yhtälöksi muuttujan  $x$  suhteen saatiin

$$y = -x - 3$$

ja muuttujan  $x$  estimoidun regressiosuoran yhtälöksi muuttujan  $y$  suhteen saatiin

$$y = -4x - 6$$

- (a) Määrittää muuttujien  $y$  ja  $x$  havaittujen arvojen aritmeettiset keskiarvot.
- (b) Määrittää muuttujien  $y$  ja  $x$  havaittujen arvojen korrelaatio.

6. Heitetään virheetöntä noppaa 2 kertaa. Määritellään satunnaismuuttujat

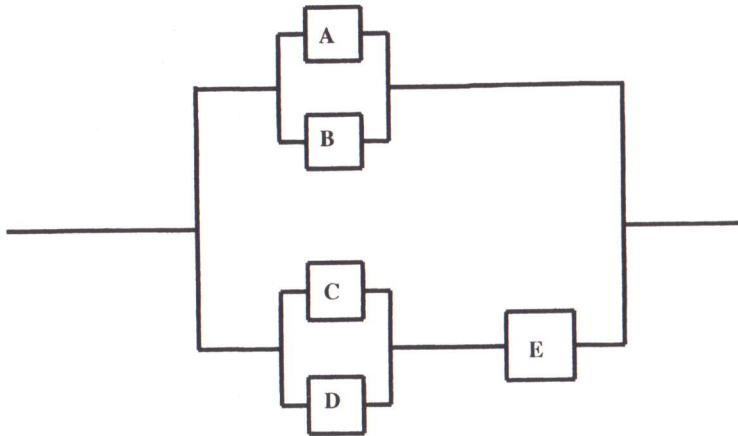
$$X_1 = 1. \text{ heiton tulos}$$

$$X_2 = 2. \text{ heiton tulos}$$

$$Z = X_1 \times X_2$$

- (a) Määää ehdollinen todennäköisyys  $\Pr(Z = 12 \mid X_1 = 2)$ .  
 (b) Määää ehdollinen todennäköisyys  $\Pr(X_2 = 2 \mid Z = 12)$ .  
 (c) Määää ehdollinen odotusarvo  $E(Z \mid X_1 = 5)$ .

7. Alla on kuvattuna toimintaverkko, joka koostuu viidestä komponentista A, B, C, D ja E. Millä todennäköisyydellä verkko toimii (virta kulkee verkon läpi), jos jokaisen komponentin toimintatodennäköisyys on 0.5?



8. Kyselytutkimuksessa verrattiin neljän puolueen A, B, C ja D kannattajien jakaumia kahdessa kunnassa X ja Y. Tutkimus perustui kahteen toisistaan riippumattomaan satunnaissotkseen joista toinen tehtiin kunnassa X ja toinen kunnassa Y. Otoskokona oli kunnassa X 500 ja kunnassa Y 600. Tulokset tutkimuksesta on annettu alla.

Lukumäärä		Puolue				Otoskoko
		A	B	C	D	
Kunta	X	100	120	50	230	500
	Y	90	130	60	330	600

Testaa 1 %:n merkitsevyystasoa käyttäen nollahypoteesia, jonka mukaan puolueiden A, B, C ja D kannattajat jakautuvat samalla tavalla kunnissa X ja Y.

9. Alla on annettu kahden muuttujan havaintoaineisto. Oletetaan, että havainnot

$$(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, 10$$

muodostavat satunnaisotoksen kaksiuotteisesta normaalijakaumasta.

Havainnon nro	X	Y
1	-5	3
2	-4	4
3	-3	2
4	-2	2
5	-1	1
6	0	-1
7	1	0
8	2	-1
9	3	1
10	5	2

Testaa 5 %:n merkitsevyystasoa käyttäen nollahypoteesia

$$H_0 : \rho = 0$$

jossa  $\rho$  on muuttujien  $x$  ja  $y$  korrelaatiokerroin. Olkoon vaihtoehtoisena hypoteesina

$$H_1 : \rho < 0$$