



Kokeessa saa käyttää laskimia.

Jokainen tehtävä on kuuden pisteen arvoinen. Moniosaisten tehtävien osien arvot ovat yhtäsuuret ellei erikseen mainita.

Tehtävät

TEHTÄVÄ 1 Etsi kokonaislukuyhtälöiden ratkaisujen lukumäärät:

(a) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 37$, kun $x_i \geq 0$, $1 \leq i \leq 5$.

(b) $x_1 + x_2 + x_3 = 17$, kun x_i , $i = 1, 2, 3$, ovat kokonaislukuja s.e. $2 \leq x_1 \leq 5$, $3 \leq x_2 \leq 6$, $4 \leq x_3 \leq 7$.

Kirjaa huolella käyttämäsi menetelmä. (Raaka voima ei ole käypä.)

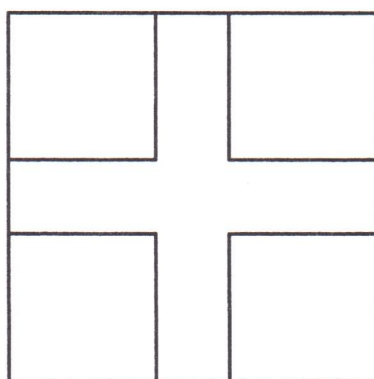
TEHTÄVÄ 2 Korttipelissä jaetaan pelaajalle 13 korttia 52:n kortin pakasta. Korttipakan 52 korttia muodostuvat neljästä maasta, joissa jokaisessa on 13 korttia. Jako on uusittava, jos pelaaja ei saa kortteja kaikista maista eli jokin maa puuttuu. Kuinka monta uusittavaa jakoa on olemassa?

TEHTÄVÄ 3 Osoita generoivien funktioiden avulla todeksi ns. Vandermonden identiteetti:

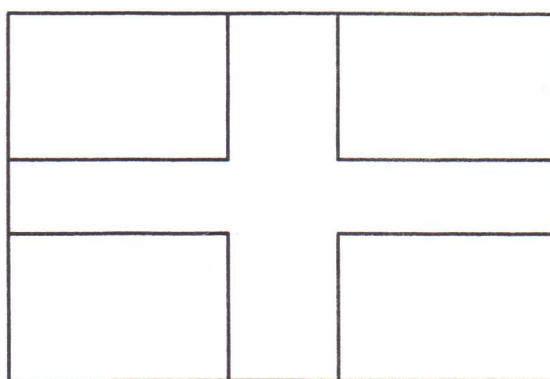
$$C(m+n, r) = \sum_{k=0}^r C(m, r-k)C(n, k),$$

missä m, n, r ovat ei-negatiivisia kokonaislukuja ja r ei ole suurempi kuin m tai n ja $C(n, r)$ on n -joukon r -kombinaatioiden lukumäärä.

TEHTÄVÄ 4 Innovaatioyliopiston ylioppilaskunta valitsee itselleen uuden lipun. Muotovaihtoehtoja on kaksi: neliö ja suorakulmio, joissa kummassakin on keskellä risti ja nurkissa neljä identtistä neliötä tai suorakulmiota (Kuva 1). Kuinka monta erilaista lippuvaihtoehtoa yhteensä syntyy, kun jokainen viidestä osasta (risti tai nurkkapalat) voi saada yhden kuudesta eri väristä? (Lippua voi liikutella avaruudessa.)



Neliölippu.



Suorakulmiolippu.

Kuva 1 Lippuvaihtoehdot.