

Kirjoita ensin alla mainitut koepapereihin selvästi

- Mat-2.2105 Optimoinnin perusteet, 15.5.2007
- sukunimi, etunimi (puhuttelunimi alleviivattuna)
- opiskelijanumero, koulutusohjelma ja vuosikurssi
- päiväys ja allekirjoitus

1. Tarkastellaan optimointitehtävää:

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 + x_2 + x_3 \\ \text{s.e.} \quad & 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 12 \\ & 7x_1 - 7x_2 + x_3 \leq 7 \\ & x_3 \leq 7 \\ & x_i \geq 0 \quad \forall i \end{aligned}$$

Muuta tehtävä standardimuotoon ja ratkaise tehtävä simplex-algoritmilla. Perustele kukin "työvaihe". (6p)

2. Tarkastellaan kokonaislukutehtävää:

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + 2x_2 \\ \text{s.e.} \quad & -3x_1 + 4x_2 \leq 4 \\ & 3x_1 + 2x_2 \leq 11 \\ & -2x_1 + x_2 \geq -5 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \\ & x_1, x_2 \text{ kokonaislukuja} \end{aligned}$$

Ratkaise tehtävä käyttämällä branch-and-bound-algoritmilla. Ratkaise osatehtävät graafisesti. Selitä vaiheet. Piirrä B&B-puu. (6p)

3. Etsi optimointitehtävän

$$\begin{aligned} \min \quad & (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 4)^2 \\ \rightarrow \text{s.e.} \quad & x_1^2 - 4x_1 - x_2 + 5 \leq 0 \\ & 2x_1 + 3x_2 - 12 = 0 \\ & -x_1 \leq 0 \\ & x_2 - 6 \leq 0 \\ & -2x_2 + 3 \leq 0 \end{aligned}$$

ratkaisu geometrisesti. Piirrä kuvaan rajoitusehdot, käypä alue ja kohdefunktion käyrät. Esitä välttämättömät Karush-Kuhn-Tucker ehdot ja tutki toteuttaako löytämäsi piste ne. (6p)

4. Tee selkoa seuraavista optimointimenetelmistä. Korkeintaa puoli sivua kummastakin.

- 1-ulotteinen sekanttimenetelmä. Miten ko. menetelmä eroaa 1-ulotteisesta Newtonin menetelmästä? (3p)
- Gradienttimenetelmä. (3p)

KÄÄNNÄ!

5. Tee lyhyesti selkoa seuraavista käsitteistä.

- a) Mikä on seuraavien käsitteiden välinen yhteys: Kohdefunktion optimiarvon muutos yhtälörajoituksen oikean puolen (RHS) muutosta kohti; Duaalimuuttuja; Lagrangen kerroin. Riittää tarkastella standardimuotoista LP-tehtävää. (3p)
- b) Selitä seuraavat käsitteet: Kahden muuttujan funktion vakiokäyrä, käyrän tangentti ja normaali. Miten funktion gradientti liittyy näihin asioihin? (3p)

$$\begin{aligned} -2 - \lambda_1 - \lambda_2 &= 0 & \lambda_2 &= -2 - \lambda_1 \\ -4 - 2\lambda_1 - 2\lambda_2 &= 0 & \lambda_1 &= -2 - \lambda_2 \\ -4 + \lambda_1 - 3\lambda_2 &= 0 & \lambda_1 &= 3\lambda_2 + 4 \\ 3\lambda_2 + 4 + \lambda_2 + 2 &= 0 & 4\lambda_2 &= -6 \\ \lambda_2 &= -1,5 & \lambda_2 &= -1,5 \\ \lambda_1 &= -2,5 & \lambda_1 &= -3,5 \end{aligned}$$