Pisteet

6
4
3
3

S-114.1327 Fysiikka III (EST) (6 op) **1. välikoe 07.03.2007**

1. Astiassa on 0,100 μmol vetyä (H_2) ja 1,00 μg typpeä (N_2). Seoksen lämpötila on 300 K ja paine 0,100 Pa. Laske **a)** astian tilavuus, **b)** vedyn ja typen osapaineet ja **c)** molekyylien lukumäärä cm^3:ssä kaasua. (6p)

2. a) Maxwell-Boltzmann-jakauman mukaan partitiofunktio eli tilasumma on muotoa $Z = \sum_i g_i e^{-\beta E_i}$. Jatkuvien suureiden avulla kirjoitettuna partitiofunktion tilasummasta tulee integraali $Z = \int_0^\infty g(E) e^{-\beta E} dE$. Systeemin kokonaisenergia termisessä tasapainossa on

$$U = \sum_i n_i E_i = N E_{ave} = \frac{N}{Z}\left(\sum_i g_i E_i e^{-\beta E_i}\right) = -\frac{N}{Z}\frac{dZ}{d\beta} = -N\frac{d}{d\beta}(\ln Z) = kNT^2 \frac{d}{dT}(\ln Z),$$

sillä tasapainossa miehitysluvut ovat $n_i = \frac{N}{Z} g_i e^{-\beta E_i}$. Sovellettaessa partitiofunktiota klassiseen ideaalikaasuun, havaitaan, että kineettinen energia on jatkuva suure ja tilatiheys on suoraan verrannollinen energian neliöjuureen (ideaalikaasulla on vain kineettistä energiaa). Johda hyvin tunnettu ideaalikaasun kokonaisenergian lauseke kokonaishiukkaslukumäärän ja lämpötilan avulla. Saatat tarvita seuraavan integraalin tulosta

$$\int_0^\infty x^2 e^{-\alpha x^2} dx = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^3}}.$$ (2p)

b) Systeemissä on 5 tunnistettavaa klassista kaasumolekyyliä. Mahdolliset energiatilat E_i ovat 0ε, 1ε, 2ε, 3ε, 4ε, 5ε, 6ε... Kaikkien hiukkasten yhteenlaskettu kokonaisenergia on 5ε. Jokainen energiatila E_i on lisäksi degeneroitunut siten, että $g_i=2\ \forall\ i$. Laske tämän Maxwell-Boltzmann-statistiikkaa noudattavan systeemin todennäköisimmän partition todennäköisyys ja alimman tilan (energia 0ε) keskimääräinen miehitysluku. (4p)

3. Laske johtovyön elektronin keskimääräinen energia metallissa 0 K lämpötilassa, jos elektronitiheys on 10^{21} cm^{-3}. *(Ohje Käytä hyväksi elektronien tilatiheyttä. Tärkeä vakiotekijä tilatiheydessä on* $2\frac{m^{3/2}V}{\sqrt{2}\pi^2\hbar^3}$) (6 p)

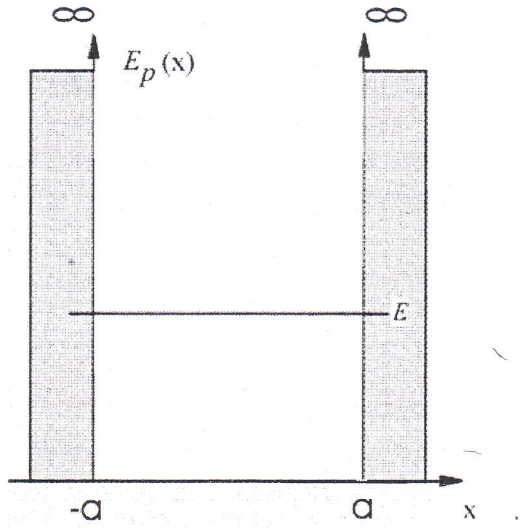
4. Vastaa sanallisesti ***lyhyesti*** seuraaviin kysymyksiin. (1p/kysymys)

a) Mikä on termodynamiikan toinen pääsääntö?
b) Mitkä osapuolet osallistuvat Compton-sirontatapahtumaan? Mitä fysiikan peruslakeja soveltaisit sen analysointiin?
c) Mitä termodynamiikassa tarkoitetaan adiabaattisella prosessilla?
d) Miten kemiallinen potentiaali ja Fermi-energia liittyvät toisiinsa Fermi-Dirac-statistiikassa?
e) Miten määräytyy kidehilassa etenevän ääniaallon korkein mahdollinen taajuus?

f) Mitä valosähköisessä ilmiössä tapahtuu, jos metallia valaisevan laserin intensiteettiä lisätään? Entä mitä tapahtuu, jos laserin aallonpituutta kasvatetaan?

5. a) Kvanttimekaanisen harmonisen oskillaattorin potentiaalienergia on muotoa $E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$. Tämän potentiaalienergian määräämää yhtä ominaistilaa vastaa aaltofunktio $\psi(x) = \left(\frac{a}{2\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} 2axe^{-a^2x^2/2}$, missä parametri $a = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}$. Mikä on vastaava ominaisenergia? OHJE: Laske energia lähtemällä ajasta riippumattomasta Schrödingerin yhtälöstä. (Huom. Pelkällä oikealla vastauksella et saa pisteitä.) (3p)

b) Yksiulotteisen äärettömän korkea potentiaalilaatikon pituus on 2a. Laske tämän potentiaalin ominaisenergioiden riippuvuus parametrista a. (3p)



VAKIOITA

$m_e = 9{,}1091\times10^{-31}$ kg	$m_p = 1{,}6725\times10^{-27}$ kg	$m_n = 1{,}6748\times10^{-27}$ kg	amu $= 1{,}6605\times10^{-27}$ kg
$e = 1{,}6021\times10^{-19}$ C	$c = 2{,}9979\times10^{8}$ m/s	$\hbar = 1{,}0545\times10^{-34}$ Js	$\mu_B = 9{,}2732\times10^{-24}$ JT^{-1}
$\varepsilon_0 = 8{,}8544\times10^{-12}$ C^{2}N^{-1}m^{-2}	$K_e = 1/4\pi\varepsilon_0$	$\mu_0 = 1{,}2566\times10^{-6}$ mkgC^{-2}	$K_m = \mu_0/4\pi$
$\gamma = 6{,}670\times10^{-11}$ Nm^{2}kg^{-2}	$N_A = 6{,}0225\times10^{23}$ mol^{-1}	$R = 8{,}3143$ JK^{-1}mol^{-1}	$k = 1{,}3805\times10^{-23}$ JK^{-1}
$M_H = 1.008$ g/mol	$M_N = 14.01$ g/mol		