

Mat-1.1010 Peruskurssi L1

Välikoe 2 17.11.2008

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa ei saa käyttää laskinta. Koeaika on 3h.

1. Nelikulmion $ABCD$ lävistäjien AC ja BD leikkauspisteen P selville saamiseksi otetaan käyttöön koordinaatisto $\{O, \vec{a}, \vec{b}\}$, missä $O = A$, $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ ja $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$. a) Määritä P :n koordinaatit mainitussa koordinaatistossa, kun tiedetään, että vektorin \overrightarrow{BC} koordinaatit kannassa $\{\vec{a}, \vec{b}\}$ ovat (α, β) . b) Mitä ehtoja koordinaateille (α, β) on asetettava, jotta janoilla AC ja BD todella on yhteinen piste?
2. Peilipinta on pisteiden $A = (1, 1, -1)$, $B = (2, 0, 1)$ ja $C = (-1, 2, -4)$ kautta kulkeva taso T . Määritä a) T :n yhtälö perusmuodossa $ax + by + cz + d = 0$, b) pisteen $P = (5, 5, 5)$ peilikuvapisteen T :n suhteen.
3. a) Tiedetään: $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$, $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$. Johda kaava $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$.
b) Määritä yhtälön $z^2 + (2 + 4i)z + 8i = 0$ ratkaisut kompleksiluvun perusmuodossa $x + iy$. (Saatat tarvita a)-kohdan tulosta.)
4. Määritä a) (reaaliarvoisen) funktion $f(x, y) = (\sqrt{x} + 2\sqrt{y}) \sum_{k=1}^{\infty} (k^3 + k) x^k y^k$ määrittelyjoukko $D_f \subset \mathbb{R}^2$, b) funktion $g(x, y) = 2x^2 + y^2 - 2x - 2$ arvojoukko $R_g \subset \mathbb{R}$, kun määrittelyjoukoksi on rajattu

$$D_g = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = 1 + \cos t, y = 3 \sin t, t \in \mathbb{R}\}.$$