

Mat-1.1010 Peruskurssi L1

Välikoe 3 16.12.2008

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa ei saa käyttää laskinta. Koeaika on 3h.

1. Määritä kiintopisteiteraation

$$x_{n+1} = 1 - \frac{1}{6x_n}(x_n^2 - 2x_n + 1)(2x_n - 1), \quad n = 0, 1, \dots$$

mahdolliset raja-arvot $c = \lim_n x_n$ ja luokittele nämä attraktiivisiksi tai repulsiivisiksi. Attraktiivisissa tapauksissa määritä suppenemisen asymptoottinen laatu olettaen, että x_0 on riittävän lähellä c :tä, mutta $x_0 \neq c$.

2. Määritä funktion $f(x) = (1/x)^x$, $x \in (0, \infty)$ raja-arvot $f(0^+)$ ja $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ sekä funktion pienin ja suurin arvo, mikäli olemassa.
3. Avaruuskäyrän $S : y = x^2, z = y^2$ tangentit leikkaavat xy -tason pitkin tasokäyrää K . Määritä a) käyrän S tangenttivektori pisteessä $P = (1, 1, 1) \in S$, b) käyrän K tangenttivektori pisteessä $Q = (-3, 8, 0) \in K$.
4. Määritellään pisteen $x = 0$ ympäristössä säännöllinen (sileä) funktio $y(x)$ yhtälöllä

$$y(\cos y - \sin y) = 2 \sin x + \cos x + ax + b.$$

- a) Määritä vakiot a ja b , kun tiedetään, että $y(x)$ saavuttaa pisteessä $x = 0$ paikallisen ääriarvon $y(0) = 0$. Onko kyseessä maksimi vai minimi?
- b) Oletetaan, että $y(0) = 0$ ja $a = -1$. Laske rationaalinen approksimaatio luvulle $y(1/10)$ käyttäen funktion $y(x)$ approksimointiin toisen asteen Taylorin polynomia $T_2(x, 0)$. Kuinka suureksi arvioit approksimaatiovirheen?