

Mat-1.1120 Matematiikan peruskurssi C2, kevät 2009

Ei laskimia! Jokainen tehtävä on kuuden pisteen arvoinen. Moniosaisten tehtävien osien arvot ovat yhtäsuuret. **PERUSTELE VASTAUKSESI!**

3. välikoe, 6.5.2009

1. Mitkä seuraavista laskutauluista esittävät ryhmää? Myönteisessä tapauksessa ryhmän tunnistaminen riittää. Kielteisessä tapauksessa anna lyhyt perustelu.

a)

+	0	2	3
0	0	2	3
2	2	4	5
3	3	5	0

b)

o	e	a	b
e	e	a	b
a	a	a	a
b	b	a	a

c)

o	e	a	b
e	e	a	b
a	a	b	e
b	b	e	a

2. a) Olkoon S_5 kokonaislukujen $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ permutaatioryhmä ja

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix} \in S_5.$$

Mikä on sen virittämä aliryhmä $\langle g \rangle$?

- b) Jos h on jokin aliryhmän $\langle g \rangle$ alkio, niin mikä aliryhmä on $\langle h \rangle$?

- c) Muuttuuko tilanne a) ja b)-kohdissa jos tarkastellaan alkioita

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \in S_6$$

ja S_6 on kokonaislukujen $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ permutaatioryhmä?

3. Osoita, että muotoa $\begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ olevat matriisit, missä $n \in \mathbb{Z}$ muodostavat ryhmän matriisitulon suhteen. Osoita, että tämä ryhmä on isomorfinen kokonaislukuryhmän $(\mathbb{Z}, +)$ suhteen.
4. Kaulanauha koostuu yhteensä viidestä samankokoisesta rubiinista ja/tai timantista, jotka on liitetty toisiinsa yhtä pitkillä valkokultaisilla ketjuilla. Kuinka monta erilaista kaulaketjua näin voidaan muodostaa?