

Kirjoita koepapereihin selvästi

- Mat-2.3148 Dynaaminen optimointi, tentti 7.5.2009
- opintokirjan n:o, TEKSTATEN sukunimi, viralliset etunimet (puhuttelunimi alleviivaten)
- koulutusohjelma, vuosikurssi
- nimikirjoitus

1. Määrittele lyhyesti, mutta täsmällisesti
- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| a) Avoimen silmukan ratkaisu | b) Funktionaalin inkrementti |
| c) Ohjattavuusmatriisi | d) Singulaariväli |
| e) Isoperimetrinen rajoite | f) Stationaarinen ohjaus |

2. Haluat istuttaa 180 cm leveälle palstalle tomaatteja, perunoita ja herneitä. Tomaatti- ja perunarivit vievät 40 cm ja hernerivi 20 cm. Yhdestä tomaattirivistä saatava hyöty on 10, perunarivistä 7 ja hernerivistä 3. Lisäksi tomaattirivejä saa olla enintään kaksi. Et-tilamuuttujaksi jäljellä oleva leveys, jolle voi istuttaa kasveja, ja vaihetta vastaavaksi indeksiksi kukin kasvi: vaihe kolme = tomaattien istutus, vaihe kaksi = perunoiden istutus, vaihe yksi = herneiden istutus.

3. Hetkellä t hyönteispopulaatiossa on työläisiä määrä $w(t)$ ja kuningattaria määrä $q(t)$. Muuttuja $u(t) \in [0, 1]$ kuvaa osuutta työläisistä, joka tuottaa lisää työläisiä hetkellä t . Populaatiodynamiikkaa kuvaa yhtälöt $\dot{w} = (au - b)w$ ja $\dot{q} = (1 - u)w$, missä $a > b > 0$. Työläisten tavoitteena on maksimoida kuningattarien määrä hetkellä T (kiinteä loppuaika) lähtien hetkestä $t = 0$ ja annetusta alkupopulaatiosta w_0, q_0 . Muodosta Pontrjagin maksimiperiaatteen mukaiset ehdot optimille. Totea ehtojen avulla, että ratkaisu on muotoa: aluksi työläiset tuottavat pelkästään työläisiä ja lopuksi pelkästään kuningattaria. (Vihje: saat liittotilaksi $p_1(t) = (1 - e^{-b(T-t)})/b$ kun $u(t) = 0$.)

4. Ratkaise tehtävä

$$\min \int_0^{3/2} \sqrt{1 + \dot{x}^2} dt,$$

kun $x(0) = 3/2$, $x(3/2) = 0$ ja ratkaisussa on yksi kulma.

5. Tarkastellaan dynaamista optimointitehtävää

$$\min_u J(u) = q(x(T), T) + \int_0^T g(x(t), u(t), t) dt$$
$$\dot{x} = f(x(t), u(t), t), \quad x(0) = x_0$$

missä $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$ ja T on kiinnitetty. Esitä tehtävän numeeriseksi ratkaisemiseksi jokin suora menetelmä, jossa aika diskretoidaan.

Huom. Kotitehtäväpisteillä korvataan huonoiten mennyt tenttitehtävä, jos siten on mahdollista saada tentistä enemmän pisteitä.