

Tfy-0.3211 Kvanttimekaniikan jatkokurssi (5 op)
Tentti, 12.1.2009

1. Variaatioperiaate ja häiriöteoria kvanttimekaniikassa.

2. Tarkastellaan hiukkasta potentiaalissa $V(x) = \alpha|x|$, missä α on positiivinen vakio.

a) Käytetään WKB-approksimaatiota, jolloin oleellinen kaava on:

$$\int_{-x_n}^{x_n} p(x) dx = \left(n - \frac{1}{2}\right) \pi \hbar,$$

missä x_n on käännealue ja n on kvanttiluku.

Selvitä lyhyesti, mistä kyseinen kaava voidaan johtaa. Laske energiat.

b) Määritä alin energia käyttäen yriteaaltofunktiota $A \exp(-bx^2)$, missä b on vakio ja A määräytyy normalisaatiosta.

3. a) Laske aikakehitysoperaattori $e^{-itH/\hbar}$ Hamiltonin matriisille

$$H = \begin{pmatrix} 0 & \delta \\ \delta & J \end{pmatrix}.$$

b) Merkitään $\psi(t) = \begin{pmatrix} \alpha(t) \\ \beta(t) \end{pmatrix}$. Valitaan reunaehdoksi $\alpha(0) = 1$ ja $\beta(0) = 0$, mikä on $|\alpha(t)|^2$? Mitä tapahtuisi jos J ei olisi vakio vaan normaalijakautunut satunnaisluku?

4. a) Vapaa varattu hiukkanen liikkuu homogeenisessa magneettikentässä \mathbf{B} . Miten magneettikenttä näkyy Schrödingerin yhtälössä?

b) Nopeuden odotusarvo on paikan odotusarvon aikaderivaatta:

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \frac{d\langle \mathbf{r} \rangle}{dt}.$$

Osoita, että

$$m \frac{d\langle \mathbf{v} \rangle}{dt} = q \langle \mathbf{v} \rangle \times \mathbf{B},$$

missä q on hiukkasen varaus.

Vihje:

$$\frac{d\langle Q \rangle}{dt} = \frac{i}{\hbar} \langle [H, Q] \rangle + \left\langle \frac{\partial Q}{\partial t} \right\rangle.$$