Tfy-44.135 KVANTTIMEKANIIKKA III Tentti 12.01.2009

1. Ryhmäteorian hyödyntäminen kvanttimekaniikassa.
2. Selitä lyhyesti seuraavat käsitteet ja anna esimerkki kustakin:
   a) Ryhmän esitys
   b) Uskollinen esitys
   c) Unitaarinen esitys
   d) Redusoimaton esitys.
3. a) Luettele karakteeritaulujen "muodostamissäännöt" ja muodosta ryhmän D_4 (neliön peiteryhmä) kertotaulu ja karakteeritaulu.
   b) Määrää ne ryhmän D_4 redusoitumattomat esitykset, joiden mukaan funktiot x, y, z, xy, xz ja yz muuntuvat.
4. Määrittele ryhmät $O(n)$, $SO(n)$ ja U(n), sekä määrää niiden dimensiot. Tarkastelemalla ykkösalkion ympäristöä karakterisoi vastaavat Lien algebrat $o(n)$, $so(n)$ ja $u(n)$.
5. Osoita, että Hamiltonin operaattorin invarianttia (symmetriaa) vastaa aina säilyvä suure. Seuraako tästä, että systeemillä on tällöin myös symmetriaan liittyviä "hyviä" (säilyviä) kvanttilukuja?