

Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme koti-
tehtävää ovat hyväksytysti suoritettut ennen tenttiä.

Tehtävä 1 (10p)

- (a) Määrittele seuraavat käsitteet: *modus ponens*, *erojoukko* ja *vapaa muuttuja-esiintymä*. (3 × 2p)
- (b) Mitä tarkoitetaan merkinnällä $\Sigma \models \phi$?
Osoita yksityiskohtaisesti, että jos $\Sigma \models \phi$ ja $\Sigma \models \neg\phi$ jollekin lauseelle ϕ , niin Σ on toteutumaton. (4p)

Tehtävä 2 (10p) Todista semanttisilla tauluilla seuraavat väittämät:

- (a) $\models (A \rightarrow B) \wedge (\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow (A \wedge \neg B \leftrightarrow B \wedge \neg A)$.
- (b) $\models \forall x(\exists yR(x,y) \rightarrow P(x)) \rightarrow \forall y\forall x(P(x) \vee \neg R(x,y))$.

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 (10p) Johda lauseelle

$$\neg(\exists x(P(x) \vee \forall yQ(x,y)) \rightarrow \exists y(P(y) \vee Q(y,y)))$$

Prenex-normaaliomuoto sekä mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto (eli klausuulijoukko S) ja osoita S toteutumattomaksi resoluutiolla.

Tehtävä 4 (10p) Esitetään kirjaimista a ja b koostuvat merkkijonot "", "a", "b", "aa", "ab", "ba", "bb", ... muuttujattomilla termeillä

$$e, a(e), b(e), a(a(e)), a(b(e)), b(a(e)), b(b(e)), \dots,$$

jotka rakentuvat vakiosymbolista e , joka tarkoittaa tyhjää merkkijonoa "", ja yksi-paikkaisista funktioista $a(x)$ ja $b(x)$, joiden ajatellaan liittävän vastaavan kirjaimen a tai b merkkijonon x alkuun. Täten $a(b(e))$ tulkitaan $a(b("")) = a("b") = "ab"$.

- (a) Määrittele predikaatti $U(x) =$ "merkkijonossa x esiintyy joko ainoastaan kirjaimia a tai ainoastaan kirjaimia b muttei molempia" predikaattilogiikalla siten, että määritelmäsi kattaa kaikki äärelliset edellä kuvatut merkkijonot.
- (b) Anna laatimillesi määritelmälle Σ malli $S \models \Sigma$, jonka perusteella

$$\Sigma \not\models U(e).$$

Tehtävä 5 (10p)

Selitä, kuinka ehtolausekkeelle

$$\text{if } (B) \text{ then } \{C_1\} \text{ else } \{C_2\}$$

voidaan muodostaa *heikoin esiehto* B_1 annetusta jälkiehdosta B_2 .

Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa Double:

$$v = 0 ; z = x ; \text{while}(! (z == 0)) \{ z = z - 1 ; v = v + 2 \}.$$

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\text{true}] \text{Double} [v == 2 * x].$$

Vastauspapereissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opiskelijanumero ja omakätinen allekirjoitus.