

Hakola, Kurki-Suonio

Kurssin voi suorittaa vaihtoehdon A tai B mukaisesti.

Vaihtoehto A: vastaan **jokaiseen** tehtävään; kurssiarvosanani määräytyy tämän tentin perusteella eikä laskuharjoituspisteitä oteta huomioon.

Vaihtoehto B: vastaan valintani mukaan korkeintaan **neljään** tehtävään; kurssiarvosanani määräytyy sekä tämän tentin että laskuharjoituspisteitteni perusteella.

Kirjoita jokaiseen palauttamaasi paperiin, kumman vaihtoehdon olet valinnut! Mikäli tämä ei käy selvästi ilmi tai vaihtoehdosta B huolimatta vastaat viiteen tehtävään, koe arvostellaan vaihtoehdon A mukaisesti. Kokeessa ei saa käyttää laskinta eikä mitään apumateriaalia.

1. a) Mitä kurssilla esillä olleista kolmesta statistiikasta (Maxwell–Boltzmann, Fermi–Dirac ja Bose–Einstein) käyttäisit seuraavien systeemien analysointiin? Perustele vastauksesi! (4p)
 - (i) Valkoinen kääpiötähti, jossa on noin 10^{57} elektronia maapallon kokoisessa tilavuudessa lämpötilassa 10^7 K. Maapallon säde on noin 6300 km.
 - (ii) Elektronit puolijohdavan germaniumin valenssi- ja johtavuusvöillä huoneenlämpötilassa $T = 300$ K. Germaniumin energia-aukko on noin 1 eV suuruinen.
- b) Laske ideaalisen O_2 -molekyyljoukon partitiofunktio Z luokkahuoneessa, jonka tilavuus on $V = 200$ m³ ja lämpötila $T = 300$ K. Kirjoita tämän jälkeen lauseke differentiaaliselle happimolekyylien lukumäärälle dN energiavälillä $[E, E + dE]$ ja laske happimolekyylin keskimääräinen energia E_{ave} . Hapen atomimassa on noin 16 u. Esitä kussakin kohdassa välivaiheet ja suuruusluokka-arviot lopputuloksille. Osittaisintegrointi auttaa! (4p)
2. Kirjoita essee kiinteän aineen rakenteesta ja tee se siten, että niin kurssitoverisi kuin isoäitisikin pystyvät oppimaan jotain uutta siitä. Älä siis tyydy tarinassasi peruskoulusta ja lukioista tuttujen asioiden ja iskulauseiden jauhamiseen, vaan sukella syvemmälle ja selvitä, *miksi* asiat ovat niin kuin ne ovat. Erityisiä painopistealueita ovat millä eri tavoin atomit muodostavat kiinteän aineen, miten kiinteä aine pysyy kasassa ja miten ihmeessä eri aineilla voi olla niinkin erilaiset mekaaniset, optiset, sähköiset ja termiset ominaisuudet (kuten lujuus, kovuus, väri, heijastuskyky, lämmön- ja sähköjohtavuus sekä sulamis- ja höyrystymispiste). Hyviä esimerkkiaineita tarkasteluihisi ovat esimerkiksi kvartsilasi, ruokasuola, kupari, grafiitti ja timantti. (8p)
3. a) Selitä, mistä metallien resistiivisyys aiheutuu eli miksi ne eivät olekaan täydellisiä johteita. Käytä kvanttimekaanista mallia. Vastauksen muotoilemista auttanevat avainsanat ”Fermi–Dirac”, ”fononit” ja ”Fermi-pallo”. (4p)
- b) Resistiiivisyys saadaan laskettua yhtälöstä

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau},$$

missä m on varauksenkuljettajien massa, n hiukkastiheys, e alkeisvaraus ja τ relaksaatioaika. Puhtaan kuparin resistiivisyys on $\rho_0 \approx 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ω m, tiheys $\rho_m \approx 9$ g/cm³, moolimassa $M \approx 63,5$ g/mol, Fermi-energia $E_F \approx 7$ eV ja elektronien efektiivinen massa $m^* \approx 1,4m_e$. Arvioi perustellusti relaksaatioajan sekä elektronien vapaan matkan l suuruutta kuparissa. Miten vapaa matka muuttuu, kun kupariin seostetaan niin paljon epäpuhtausioneja, että ρ kasvaa $1,2 \cdot 10^{-8}$ Ω m:n verran? Mikä olisi vapaa matka sironnalle noista epäpuhtausioneista? Vertaa saamiasi lukuarvoja toisiinsa sekä atomin kokoon ja atomien väliseen etäisyyteen kuparissa. Lausekkeet ja suuruusluokka-arviot riittävät vastaukseksi. (4p)

KÄÄNNÄ

4. Kurssilla on puhuttu sekä suprajohtavuudesta että suprajuoksevuudesta. Kerro,
- minkälaisissa aineissa ja olosuhteissa nämä eri *supra*-ilmiöt pystytään havaitsemaan ja miksi, (2p)
 - millaisia ominaisuuksia näissä *supra*-tiloissa olevilla aineilla on, (2p)
 - millaisia sovelluskohteita näille *supra*-ilmiöille on löydetty tai ehdotettu sekä (2p)
 - miten käsitteet kumpaakin *supra*-ilmiötä teoreettisesti. (2p)
5. a) Kerro, mikä on nykytietämyksen mukainen kuva atomin ytimestä. Meitä kaikkia myös kiinnostaa, miten ihmeessä se ydin oikein pysyy koossa ja miksi ytimen tutkiminen ja mallintaminen on niin törkeän vaikeaa. Millaisten mallien avulla ytimen ominaisuuksia pyritään selittämään ja millaisiksi itse kukin malleista on osoittautunut? Ripottele vastaukseesi riittävästi lukuarvoja ja keskeisiä tuloksia, jotta lukija heti näkee perehtyneisyytesi aihepiiriin. (4p)
- b) Ydinmallien avulla pystytään arvioimaan esimerkiksi ytimen massaa ja sidosenergiaa. Yksi käytetyimmistä relaatioista massan arvioimiseksi on Weizsäckerin semiempiirinen massa-kaava

$$m_{\text{ydin}} = Zm_p + (A - Z)m_n - a_1A + a_2A^{2/3} + a_3\frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} + a_4\frac{(Z - A/2)^2}{A} + \delta a_5A^{-3/4},$$

missä A on ytimen massaluku, Z on sen järjestysluku, m_p on protonin massa, m_n neutronin massa ja vakioille on sovitettu seuraavat arvot: $a_1 = 15,5 \text{ MeV}/c^2$, $a_2 = 16,8 \text{ MeV}/c^2$, $a_3 = 0,72 \text{ MeV}/c^2$, $a_4 = 92 \text{ MeV}/c^2$ ja $a_5 = 34 \text{ MeV}/c^2$. Vakio $\delta = -1$, kun sekä Z että N ovat parillisia; kun Z ja N ovat parittomia, $\delta = +1$ ja muulloin $\delta = 0$.

Arvioi mallin avulla, mikä on stabiilein isobaari massaluvulla $A = 16$ sekä millä Z :n arvolla sidosenergia massalukua kohti saavuttaa maksiminsa, kun $Z = N$ (voit olettaa tässä, että δ -termi on pieni). Lausekkeet ja suuruusluokka-arviot riittävät vastaukseksi. (4p)

Aputietoja:

$h \approx 7 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, $k_B \approx 1 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, $e \approx 2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $1 \text{ u} \approx 2 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \approx 1000 \text{ MeV}/c^2$, $m_e \approx 500 \text{ keV}/c^2 \approx 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $m_p \approx m_n \approx 1 \text{ u}$, $N_A \approx 6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

$$\text{Tilatiheys: } g(E) = \frac{2\pi V (2m)^{3/2}}{h^3} E^{1/2}.$$

$$\int_0^\infty x^{1/2} e^{-x} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}.$$