

Tfy-0.2011 Fysiikka IIIA

Tentti, 2.9.2008

Hakola, Kurki-Suonio

Kurssin voi suorittaa vaihtoehdon A tai B mukaisesti.

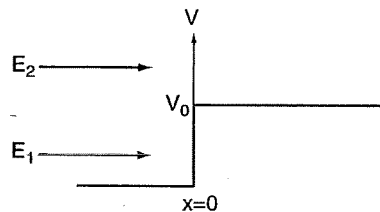
**Vaihtoehto A:** vastaan jokaiseen tehtävään; kurssiarvosananani määräytyy tämän tentin perusteella eikä laskuharjoituspisteitä oteta huomioon.

**Vaihtoehto B:** vastaan valintani mukaan korkeintaan neljään tehtävään; kurssiarvosananani määräytyy sekä tämän tentin että laskuharjoituspisteitteni perusteella.

Kirjoita jokaiseen palauttamaasi paperiin, kumman vaihtoehdon olet valinnut! Mikäli tämä ei käy selvästi ilmi tai vaihtoehdosta B huolimatta vastaat viiteen tehtävään, koe arvostellaan vaihtoehdon A mukaisesti. Kokeessa ei saa käyttää laskinta eikä mitään apumateriaalia.

1. Vasemmalta tuleva hiukkassuihku (hiukkasen massa  $m$ ) osuu yksiulotteiseen potentiaaliporrasteseen (korkeus  $V_0$ ) alla olevan kuvan mukaisesti kohdassa  $x = 0$ ; energiat  $E_1$  ja  $E_2$  vastaavat kahta fysikaalisesti erilaista tilannetta. Potentiaaliporrasmallin avulla voi tarkastella esimerkiksi seuraavia fysikaalisia systeemejä: (i) Fortuna-laudan reunaan osuvat lasikuulat ja (ii) metallikappaleen pinnan läheisyydessä liikuskelevat elektronit. Kerro, miten "hiukkaset" käyttäytyvät kummassakin tapauksessa ja mistä mahdolliset erot mielestäsi johtuvat. (3p)

Ratkaise sitten ajasta riippumaton Schrödingerin yhtälö ja kirjoita reuna- ja jatkuvuusehdot täyttävät aaltofunktiot eri alueissa tapauksessa  $E > V_0$ . Laske myös transmissio- ja heijastuskertoimet  $\mathcal{T}$  ja  $\mathcal{R}$  kyseiselle tapaukselle. (5p)



2. Valitse kussakin kohdassa oikea vaihtoehto (a), (b) tai (c). Perustele valintasi lyhyesti! (2p kustakin kohdasta)

- Hiukkassuihkun siroaminen kiteisestä kiinteästä aineesta: (a) mitä raskaampia hiukkasia käytetään, sitä selvemmin ollaan kvanttimekaanisella alueella; (b) mitä pienempi on atomien välinen etäisyys näytteessä, sitä selvemmin ollaan kvanttimekaanisella alueella; (c) mitä suurempi on tulevan hiukkassuihkun intensiteetti, sitä selvemmin ollaan kvanttimekaanisella alueella.
  - Harmoninen oskillaattori: (a) kvanttimekaanisen harmonisen oskillaattorin perustilan energia on  $E = 0$  ja muiden tilojen energiat ovat  $E_n = n^2 \hbar \omega$ ; (b) kvanttimekaanisen harmonisen oskillaattorin perustilassa hiukkanen majoilee todennäköisimmin käännepisteiden kohdalla eli kohdissa, joissa kineettinen energia on nolla; (c) kvanttimekaanisen oskillaattorin perustilassa hiukkanen löytyy yli 15 % todennäköisyydellä käännepisteiden ulkopuoliselta alueelta.
  - Bohrin malli: (a) Bohrin mallissa vetyatomien elektroni kiertää ydintä ympyräradalla ja sen kulmaliikemäärä on  $\hbar$ :n moninkertainen; (b) Bohrin korrespondenssiperiaatin mukaan klassinen fysiikka ja kvanttimekaniikka antavat yhteneviä tuloksia pienillä kvanttiluvuilla; (c) Bohrin mallin mukaan vetyatomien energiatilat ovat  $E_n = -E_0/n^2$ , missä  $E_0 \approx 10$  keV.
  - Alfahiukkasten siroaminen kultaytimestä Rutherfordin mallin mukaisesti: (a) sironnan vaikutusala riippuu voimakkaasti alfahidun sirontakulmasta, mutta ei juurikaan sen energiasta; (b) Rutherfordin mallissa kultaydin oletetaan pistemäiseksi ja äärettömän massiiviseksi; (c) mitä pienempi on tulevan alfahidun energia, sitä pienempiä rakenteita on mahdollista tutkia.
- KÄÄNNÄ

3. Tarkastellaan vetyatomin aaltofunktiota

$$\psi_{210}(r, \theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{24a_0^3}} \frac{r}{a_0} e^{-r/(2a_0)} \cdot \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta,$$

missä  $a_0 \approx 0,5 \text{ \AA}$  on Bohrin säde.

- Selvitä todennäköisyyksiä sekä radiaalisen todennäköisyyksiä lausekkeet  $\psi_{210}$ :lle. Muista pallokoordinaatisto! (2p)
  - Laske todennäköisyys sille, että elektroni sijaitsee välillä  $0 < r < a_0$ . Osittaisintegrointi auttaa pahimmasta pulasta! (3p)
  - Määritä odotusarvo  $\langle r \rangle$  tilalle  $\psi_{210}$  sekä selvitä, millä etäisyydellä ytimeistä ko. tilassa oleva elektroni löydetään suurimmalla todennäköisyydellä. (3p)
4. Ympäriämme olevasta hengitysilmasta noin 21 % on happea. Miten happiatomin 8 elektronia ovat perustilassa sijoittuneet keskeiskenttämällin mukaisille energiatiloille  $E_{nl}$ ? Entä mitä pystyt sanomaan happiatomin perustilan aaltofunktiosta?

Kuvassa 1 on esitetty hapen kaikki energiatilat, joiden energia on alle  $100.000 \text{ cm}^{-1}$  ( $\approx 12,4 \text{ eV}$ ). Nämä tilat on muodostettu siten, että 7 elektronia pysyy perustilan mukaisessa konfiguraatiossa ja kahdeksas elektroni seikkailee jollakin tiloista  $E_{nl}$ . Kunkin tilan viereen on merkitty näkyviin sen termsymboli muodossa  $2s+1l$  perustilaa lukuunottamatta. Sinun tehtävänäsi on nyt: (i) selvittää puuttuva perustilan termsymboli, (ii) selittää mistä johtuu perustilan sekä useiden viritystilojen hienorakenne ts. lukuisat hyvin lähellä toisiaan olevat, aaltosuluilla yhteen nivotut energiatilat, (iii) verrata hapen energiatasokaaviota kuvan alareunassa näkyvään, pienemmässä mittakaavassa olevaan vedyn vastaavaan kaavioon ja lopuksi (iv) antaa selitys niin monelle hapen energiatasokaaviossa näkyvälle tilalle kuin pystyt (ja aika antaa myöten). (8p)

5. Onhan happi tärkeä aine, mutta vesi lienee vieläkin tärkempää elämän kehittymisen kannalta. Kerro, miten vesimolekyylillä  $\text{H}_2\text{O}$  muodostuu ja miten  $\text{H}_2\text{O}$ :n sidokset eroavat vaikkapa  $\text{H}_2$ :n ja  $\text{HCl}$ :n vastaavista sidoksista. Hahmottele näkyviin vesimolekyylin muoto.

Kuvassa 2 on esitetty veden sekä vertailun vuoksi myös  $\text{O}_2$ :n,  $\text{O}_3$ :n ja  $\text{CO}_2$ :n absorptiospektrit ilmakehässä. Vertaile spektrejä toisiinsa ja selitä, mistä niiden erot ja yhtäläisyydet aiheutuvat. Mitä kaikkea tietoa spektrit meille tarjoavat tarkasteltavista molekyyleistä sekä toisaalta olosuhteista maan päällä? Kerro vielä lopuksi, miten molekyylien pyöriminen ja värähtely liittyvät kuvan spektreihin. (8p)

Aputietoja:

$$\int_a^b x^n e^{tx} dx = \frac{1}{t} \int_a^b x^n e^{tx} - \frac{n}{t} \int_a^b x^{n-1} e^{tx} dx.$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = n!$$