

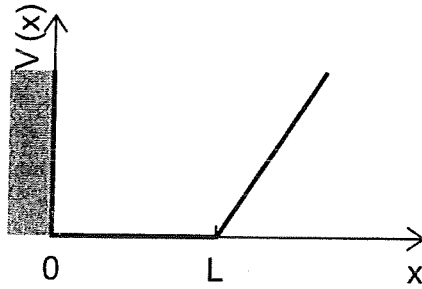
**Tfy-0.3211 Kvanttimekaniikan jatkokurssi (5 op)**

Toinen välikoe, 18.12.2008

1. Selitä lyhyesti (muutamalla rivillä):

- Rabi-aproksimaatio
- Adiabaattinen teoreema
- Aharonov-Bohm-efekti
- Ajasta riippuva häiriöteoria
- Kvanttisysteemin kloonauemattomuus (no-clone theorem)
- Teoria  $\alpha$ -hajoamiselle

2. Tarkastellaan hiukkasta potentiaalissa:



jossa siis  $V(x) = \infty$  kun  $x < 0$ ,  $V(x) = 0$  kun  $0 \leq x \leq L$  ja  $V(x) = \alpha(x - L)$  kun  $x > L$ . Käytetään WKB-aproksimaatiota, jolloin oleellinen kaava on:

$$\int_0^{x_n} p(x) dx = \left( n - \frac{1}{4} \right) \pi \hbar,$$

missä  $x_n$  on käännealue ja  $n$  on kvanttiluku.

- Selvitä lyhyesti, mistä kyseinen kaava voidaan johtaa.
- Johda lauseke, josta energia voidaan laskea tilalle  $n$ . (Kolmannen asteen yhtälön ratkaisua ei vaadita.)
- Miten lasku muuttuisi, jos lisäisimme kovan seinän kohtaan  $K \geq L$ ? Entä jos peilaisimme positiivisten  $x$ -arvojen potentiaalin negatiivisille arvoille?

3. a) Osoita että Berryn vaihe suljetulle kierrokselle laskettuna kaavasta

$$\gamma_n(T) = i \oint \langle \psi_n | \nabla_{\mathbf{R}} \psi_n \rangle \cdot d\mathbf{R}$$

on nolla reaalille aaltofunktiolle. (Aloita laskemalla  $\nabla_{\mathbf{R}} \langle \psi_n | \psi_n \rangle$ .)

b) Osoita, että  $\gamma_n$  on invariantti muunnoksessa  $\psi_n \rightarrow e^{i\phi(\mathbf{R})} \psi_n$ .

Käännä!

4. Kvanttisysteemillä on vasen ja oikea tila  $|V\rangle$  ja  $|O\rangle$ , jotka kytkeytyvät Hamiltonin operaattorilla:  $\langle O|H|V\rangle = \langle V|H|O\rangle = \delta$ . Oletetaan lisäksi, että  $\langle O|H|O\rangle = \langle V|H|V\rangle = 0$ .

a) Osoita, että jos  $H$  ei riipu ajasta, aikakehitys saadaan kaavasta

$$|\psi(t)\rangle = \exp(-itH/\hbar)|\psi(0)\rangle .$$

b) Osoita, että

$$|\psi(0)\rangle = \exp(itH/\hbar) \exp(-itH/\hbar)|\psi(0)\rangle .$$

Mitä tämä tarkoittaa fysikaalisesti?

c) Millä todennäköisyydellä systeemi on ajanhetkellä  $t$  tilassa  $|V\rangle$  jos lähdemme liikkeelle hetkellä  $t = 0$  tilasta  $|O\rangle$ ?