

Mat-1.2600 Sovellettu todennäköisyyslaskenta A

1. välikoe 31.10.2008 / Mellin

Kirjoita **selvästi jokaiseen koepaperiin** seuraavat tiedot:

- Mat-1.2600 SovTnA 1. välikoe 31.10.2008
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
- nimikirjoitus

Sallitut apuvälineet: **Funktiolaskin ja Mellinin kaava- ja taulukkokokoelmat.**

Vastaa **lyhyesti ja ytimekkäästi**, mutta **perustele ratkaisusi**. Esimerkiksi pelkkä lukuarvo vastauksena **ei anna pisteitä**.

1. (a) A ja B heittävät virheetöntä rahaa (raha on virheetön, jos kruunalla ja klaavalla on sama todennäköisyys tulla tulokseksi). A voittaa erän, jos tulee kruuna ja B voittaa erän, jos tulee klaava. Se pelaajista saa 100 €:n palkinnon, joka on ensin voittanut 5 erää. Peli kuitenkin keskeytyy vaiheessa, jossa A on voittanut 3 erää ja B on voittanut 2 erää.

Kysymys 1: Millä todennäköisyydellä B saa 100 €:n palkinnon, jos peliä jatketaan seuraavana päivänä?

Kysymys 2: Ehdota reilua tapaa jakaa voittosumma, jos peliä ei päästä jatkamaan.

- (b) Kaapissa on 12 kanamunaa, joista 4 on pilaantunut. Valitset munista satunnaisesti 5 kappaletta kakkua varten.

Kysymys 1: Mikä on todennäköisyys, että valittujen joukossa ei ole yhtään pilaantunutta munaa?

Kysymys 2: Mikä on todennäköisyys, että valittujen joukossa on täsmälleen 2 pilaantunutta munaa?

2. Pienten teräskuulien painot vaihtelevat satunnaisesti noudattaen normaalijakaumaa parametrein $\mu = 10$ g ja $\sigma^2 = 0.01$ g². Kuulien joukosta poimitaan satunnaisesti 10 kappaletta takaisinpanolla eli palauttaen.

- (a) Mikä on todennäköisyys, että otokseen poimittujen 10 kuulun joukossa on korkeintaan yksi kuula, joka painaa enemmän kuin 10.1 g?
- (b) Mikä on niiden kuulien lukumäärän odotusarvo, jotka painavat enemmän kuin 10.1 g?

3. Pankki on auki viitenä päivänä viikossa 6 tuntia päivässä. Yhden tunnin aikana pankissa käyvien asiakkaiden lukumäärä vaihtelee satunnaisesti noudattaen Poisson-jakaumaa niin, että keskimäärin asiakkaita käy 60 kpl tunnissa.
- (a) Mikä on viikon aikana pankissa käyvien asiakkaiden lukumäärän odotusarvo?
 - (b) Mikä on todennäköisyys, että viikon aikana pankissa käy vähemmän kuin 1741 asiakasta?
 - (c) Mikä on odotusarvo peräkkäisten asiakkaiden tulon väliajalle?
 - (d) Mikä on todennäköisyys, että pankissa joudutaan odottamaan seuraavaa asiakasta kauemmin kuin 2 min?

4. (a) Oletetaan, että satunnaismuuttujien X ja Y yhteisjakauma on kaksiulotteinen normaalijakauma. Oletetaan lisäksi, että muuttujan Y regressiofunktio muuttujan X suhteen on muotoa

$$y = -2 - 2x$$

ja muuttujan X regressiofunktio muuttujan Y suhteen on muotoa

$$9x = -9 - 2y$$

Määrittää satunnaismuuttujien X ja Y korrelaatio.

- (b) Heitetään virheetöntä noppaa kaksi kertaa (noppa on virheetön, jos sen jokaisella silmäluvulla 1, 2, 3, 4, 5, 6 on sama todennäköisyys tulla tulokseksi).

Olkoon

$$X = \text{tulos 1. heitosta}$$

$$Y = \text{tulos 2. heitosta}$$

$$U = X + Y$$

$$V = X - Y$$

Määrittää ehdollinen odotusarvo

$$E(U \mid V = 2)$$