MALLIVASTAUKSET

Tfy-0.1023 Fysiikka IIA Tentti 9.3.2009

1. a) Gaussin laki magneettikentälle $\oiint_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$ **(1/2 p)**

Magneettivuo suljetun pinnan läpi on nolla. Täten ei ole olemassa kohtia josta vuo alkaa tai johon se päättyy. Eli ei ole magneettisia monopoleja. **(1/2 p)**

b) Ferromagneettinen aine koostuu alueista joissa atomien magneettiset momentit ovat samaan suuntaan. Ulkoinen kenttä joko muuttaa alueiden kokoa tai kääntää momentteja. Ulkoisen kentän poistuttua aine jää voimakkaasti magneettiseksi. **(1p)**
(1p jos domain-rakenne käy ilmi. Arvostellaan soveltavasti.)

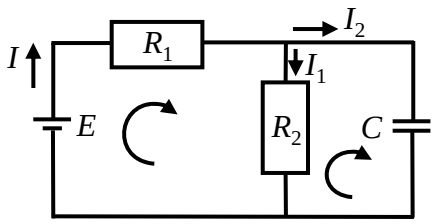
c) Staattisessa sähkökentässä suljettua polkua pitkin $\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$ **(1p)**
joten kenttäviivat eivät voi olla ympyröitä.
(tai muu järkevä perustelu)

d) Kuvaa sähkökentän lähteen vaikutusta tietyssä kohdassa avaruutta. **(1p)**
Tarkemmin kenttäviivojen tiheyttä tietyssä avaruuden kohdassa.

e) Kaksi yhtäsuurta, mutta vastakkaismerkkistä varausta q etäisyydellä d toisistaan. **(1/2p)**
Dipolimomentti $\mathbf{p} = qd\mathbf{n}$, jossa $\mathbf{n}$ on negatiivisesta varauksesta positiiviseen.
Kenttäviivat positiivisesta negatiiviseen varaukseen. **(1/2p kuvasta)**

f) Asetetaan virtasilmukka magneetin napojen väliin. Virran kulkiessa silmukkaan kohdistuu vääntömomentti. Vaihdellaan virran suuntaa aina kun silmukan ja magneettikentän välinen kulma on $\pi/2$, $3\pi/2$ jne. Tällöin silmukka jatkaa pyörimistään. **(1p)**

2. a)



Kirchhoff II

$$\begin{cases} E - R_1 I - R_2 I_1 = 0 & \textbf{(1/2 p)} \\ -R_2 I_1 + \dfrac{q}{C} = 0 & \textbf{(1/2 p)} \end{cases}$$

$$I_2 = \frac{dq}{dt} \qquad \textbf{(1/2 p)}$$

$$I = I_1 + I_2 \qquad \textbf{(1/2 p)}$$

Ylimmästä yhtälöstä saadaan $I_1 = \dfrac{E - R_1 I_2}{R_1 + R_2}$

Sijoitus alempaan $\underbrace{\dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}_{u}\dfrac{dq}{dt} + \underbrace{\dfrac{1}{C}}_{v} q - \underbrace{\dfrac{R_2 E}{R_1 + R_2}}_{w} = 0$ **(1/2 p)**

Saadaan $\dfrac{udq}{vq + w} = -dt$

$$\Rightarrow \quad \int_0^q \frac{udq}{vq + w} = -\int_0^t dt \qquad \textbf{(1/2 p)}$$

$$\Rightarrow \quad q(t) = \frac{w}{v}\left(e^{-vt/u} - 1\right) \qquad \textbf{(1 p)}$$

Aikavakio on $\dfrac{u}{v} = C\dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ **(1 p)**

2. b) Maksimivaraus (kun $t \to \infty$) $q_{\max} = \left|\dfrac{w}{v}\right| = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} EC$ **(1 p)**

3. a) Oletetaan sisemmän kuoren varaukseksi Q joten ulomman kuoren varaus on $-Q$. **(1/2 p)**

Sähkökenttä pallokuorien välissä Gaussin lailla **(1/2 p)**

$$\oiint_A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q}{\varepsilon} \quad \Rightarrow \quad E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$$ **(1/2 p)**

Jännite pallokuorien välillä

$$U = -\int_b^a \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\frac{b-a}{ab}$$ **(1p)**

Kapasitanssi

$$C = \frac{Q}{U} = 4\pi\varepsilon_0(1+\chi_e)\frac{ab}{a+b} \approx 11\text{pF}$$ **(1/2 p)**

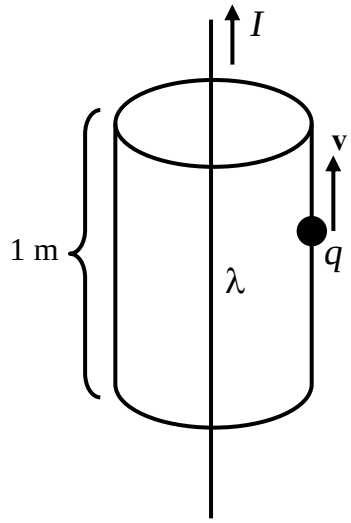
b) Varaus $Q = CU \approx 10\text{pF} \cdot 10\text{V} = 100\text{pC}$ **(1 p)**

c) Polarisaatio $P(r) = \chi_e \varepsilon_0 E(r) = \frac{1}{4\pi}\frac{\chi_e}{1+\chi_e}\frac{Q}{r^2}$ **(1/2 p)**

Pintavaraustiheys $\sigma = P$ **(1 p)**

Sisäpinnalla (r = 20 mm) $\sigma \approx 11\ \text{nC/m}^2$
Ulkopinnalla (r = 40 mm) $\sigma \approx 2\ \text{nC/m}^2$ **(1/2 p)**

4.



Tarkastellaan tilannetta sylinterikoordinaatistossa, **(1/2p)**
jonka origo on johtimen kohdalla

Sylinterin ala olkoon S ja reunakäyrä C

Sähkökenttä saadaan Gaussin lailla **(1/2p)**

$$\oiint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\lambda}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{E}(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{\mathbf{u}}_r \quad \textbf{(1p)}$$

Magneettikenttä Amperen lailla **(1/2p)**

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I \quad \Rightarrow \quad \mathbf{B}(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\mathbf{u}}_\theta \quad \textbf{(1p)}$$

Varaukseen kohdistuva sähköinen voima $\mathbf{F}_e(r) = q\mathbf{E}(r) = \dfrac{q\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{\mathbf{u}}_r$ **(1p)**

Varaukseen kohdistuva magneettinen voima $\mathbf{F}_m(r) = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = -\dfrac{q\mu_0 I}{2\pi r} v\hat{\mathbf{u}}_r$ **(1p)**

Varaus liikkuu johtimen suuntaisesti kun $\mathbf{F}_e = -\mathbf{F}_m$ **(1/2p)**

Eli kun $v = \dfrac{\lambda c^2}{I}$ **(1/2p)**

5. Virtasilmukan 2 magneettikenttä keskipisteessä saadaan Biot-Savartin laista **(1/2p)**

$$\mathbf{H} = \frac{I_2}{4\pi}\oint \frac{d\mathbf{l}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2} = \frac{I_2}{2r_2}\hat{\mathbf{u}}_z \quad \textbf{(1p)}$$

Käsitellään pienempää silmukkaa magneettisena dipolina **(1/2p)**

Sen magneettinen dipolimomentti on $\mathbf{m} = I_1 A_1 \hat{\mathbf{n}} = I_1 \pi r_1^2 \hat{\mathbf{n}}$ **(1p)**

Pienempään silmukkaan kohdistuva vääntömomentti on

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m}\times\mathbf{B} = I_1 I_2 \mu_0 \frac{\pi r_1^2}{2r_2}\hat{\mathbf{n}}\times\hat{\mathbf{u}}_z \quad \textbf{(1p)}$$

Vääntömomentti on verrannollinen kulman θ siniin.

Pyrkii kääntämään suuntaa $\mathbf{n}$ suuntaan $\mathbf{u}_z$ päin. Momentti on nolla kun silmukat ovat samassa tasossa. Momentti on suurin kun tasot ovat kohtisuorassa.

(2p)