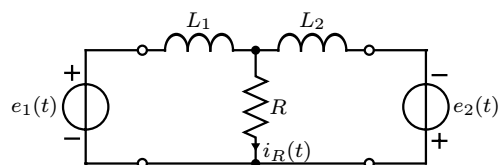


1.



Oheista piiriä syöttää kaksi lähdejännitettä:

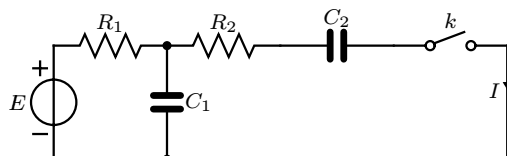
$$e_1(t) = \hat{e}_1 \sin(\omega t + \phi_1) \text{ ja}$$

$$e_2(t) = \hat{e}_2 \sin(2\omega t + \phi_2).$$

Muodosta vastuksen virran hetkellisarvon lauseke $i_R(t)$ jatkuvassa tilassa.

$$\begin{aligned} \hat{e}_1 &= 2 \text{ V} & \phi_1 &= 30^\circ & \hat{e}_2 &= 3 \text{ V} \\ \phi_2 &= 60^\circ & L_1 &= 1 \text{ mH} & L_2 &= 2 \text{ mH} \\ R &= 20 \ \Omega & \omega &= 5000 \text{ rad/s.} \end{aligned}$$

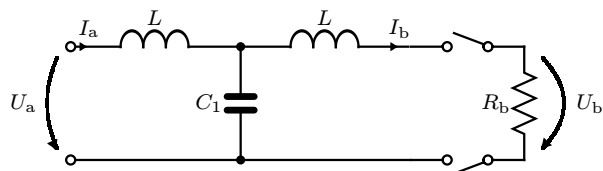
2.



Piiriin vaikuttaa tasajännite E . Johda virran Laplace-muunnos $I(s)$ ja etsi vastaava ajan funktio $i(t)$, kun kytkin k suljetaan ajan hetkellä $t = 0$ ja piiri on aluksi jatkuvuustilassa ja kondensaattori C_2 on varaukseton.

$$\begin{aligned} R_1 &= 5 \text{ k}\Omega & R_2 &= 2 \text{ k}\Omega & E &= 12 \text{ V} \\ C_1 &= 100 \ \mu\text{F} & C_2 &= 200 \ \mu\text{F}. \end{aligned}$$

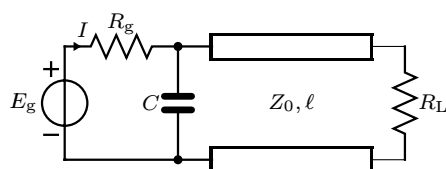
3.



Laske oheisen piirin ketjumatriisi sekä sen avulla syöttöpisteimpedanssi Z_a , kun kuormituksena on resistanssi R_b .

$$\begin{aligned} \omega &= 10000 \text{ rad/s} & L &= 5 \text{ mH} & C_1 &= 1 \ \mu\text{F} \\ R_b &= 100 \ \Omega. \end{aligned}$$

4.

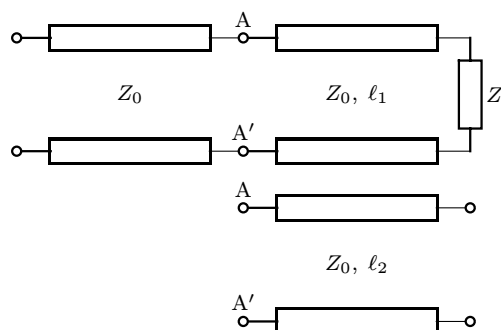


Ratkaise $I(j\omega)$.

$$\underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} \cos \theta & jZ_0 \sin \theta \\ jY_0 \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} E_g &= 10/0^\circ \text{ V} & \omega C &= 12 \text{ mS} & Z_0 &= 50 \ \Omega \\ R_g &= 37,5 \ \Omega & R_L &= 100 \ \Omega & \ell &= 3\lambda/8. \end{aligned}$$

5.



Johto ($Z_0 = 50 \ \Omega$) on päätetty impedanssilla $Z = (20 - j12) \ \Omega$. Kuorman sovittamiseksi liitetään johtoon avoin johdonpätkä ($Z_0 = 50 \ \Omega$, pituus ℓ_2) etäisyydelle ℓ_1 kuormasta siten, että liitoskohdasta näkyvä kokonaisimpedanssi on ominaisimpedanssin Z_0 suuruinen. Laske

- etäisyys ℓ_1
- tarvittavan johdonpätkän pituus ℓ_2 .

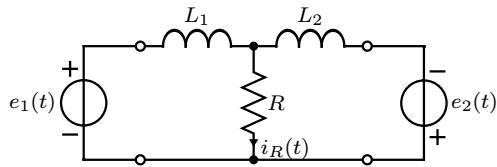
Kirjoita nimesi ja opiskelijanumerosi Smithin karttaan ja palauta se osana vastaustasi!

Tutkintosääntö antaa mahdollisuuden järjestää lisäharjoitusta niille opiskelijoille, jotka ovat saaneet kolmesti hylätyn arvosanan välikokeista tai tentistä. Tämä tarkoittaa sitä, että saatuaan kolme nollaa, opiskelijan on palautettava laskettuna 20 assistentin määräämää lisätehtävää ennen seuraavaan tenttiin tai välikokeeseen osallistumista. Välikokeet ja välikokeen uusinta tai uusintatilaisuudessa tehty tentti lasketaan yhdeksi yritykseksi. Yksittäinen välikoe lasketaan puolikkaaksi suorituskerraksi.

Läsnäolo koetilaisuudessa lasketaan yritykseksi, samoin tenttiin ilmoittautuminen.

Laplace-muunnostaulukko

Määritelmä		Muunnospareja	
	$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$	
1.	$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$	
Laplace-muunnoksen ominaisuuksia			
	$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$	
2.	$A_1 f_1(t) + A_2 f_2(t)$	$A_1 F_1(s) + A_2 F_2(s)$	15.
3.	$\frac{d}{dt} f(t)$	$sF(s) - f(0)$	16.
4.	$\frac{d^n}{dt^n} f(t)$	$s^n F(s) - \sum_{i=1}^n s^{n-i} f^{(i-1)}(0)$	17.
5.	$\int_0^t f(\tau) d\tau$	$\frac{1}{s} F(s)$	18.
6.	$(-t)^n f(t)$	$\frac{d^n}{ds^n} F(s)$	19.
7.	$f(t-a)\varepsilon(t-a)$	$e^{-as} F(s)$	20.
8.	$f(t+a)$	$e^{as} (F(s) - \int_0^a e^{-st} f(t) dt)$	21.
9.	$e^{-at} f(t)$	$F(s+a)$	22.
10.	$f(at)$	$\frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$	23.
11.	jaksollinen funktio $f(t) = f(t+T)$	$\frac{F_1(s)}{1 - e^{-sT}}$, $F_1(s)$ = yhden jakson muunnos.	24.
12.	$f_1(t) * f_2(t) = \int_0^t f_1(\tau) f_2(t-\tau) d\tau$	$F_1(s) F_2(s)$	25.
13.	$f(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$		26.
14.	$f(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$, jos loppuarvo on olemassa		27.
			28.
			29.



Oheista piiriä syöttää kaksi lähdejännitettä:

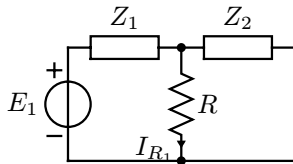
$$e_1(t) = \hat{e}_1 \sin(\omega t + \phi_1) \text{ ja}$$

$$e_2(t) = \hat{e}_2 \sin(2\omega t + \phi_2).$$

Muodosta vastuksen virran hetkellisarvon lauseke $i_R(t)$ jatkuvassa tilassa.

$$\begin{aligned} \hat{e}_1 &= 2 \text{ V} & \phi_1 &= 30^\circ & \hat{e}_2 &= 3 \text{ V} \\ \phi_2 &= 60^\circ & L_1 &= 1 \text{ mH} & L_2 &= 2 \text{ mH} \\ R &= 20 \ \Omega & \omega &= 5000 \text{ rad/s.} \end{aligned}$$

Jos piirissä on lähteitä eri taajuuksilla, jokainen taajuus on käsiteltävä erikseen osoitinlaskennan avulla. Eri taajuisia osoittimia ei voi käsitellä saman aikaisesti. Ratkaistaan kerrostamalla yksi taajuus kerrallaan. Taajuus ω (vain E_1 vaikuttamassa):



$$Z_1 = j\omega L_1 = j5 \ \Omega$$

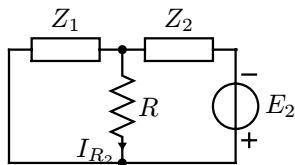
$$Z_2 = j\omega L_2 = j10 \ \Omega$$

$$I_{R_1} = \frac{E_1}{Z_1 + \frac{R \cdot Z_2}{R + Z_2}} \cdot \frac{Z_2}{R + Z_2} = E_1 \cdot \frac{Z_2}{Z_1 Z_2 + R(Z_1 + Z_2)} = 46,50 / \underline{20,54^\circ} \text{ mA}$$

Siirrytään hetkellisarvoihin taajuudella ω :

$$i_{R_1}(t) = 65,76 \sin\left(\omega t + \pi \frac{20,54^\circ}{180^\circ}\right) \text{ mA}$$

Taajuus 2ω (vain E_2 vaikuttamassa):



$$Z_1 = j2\omega L_1 = j10 \ \Omega$$

$$Z_2 = j2\omega L_2 = j20 \ \Omega$$

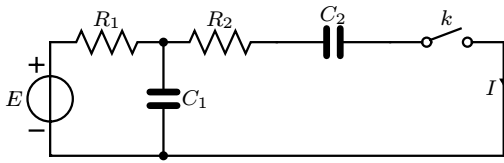
$$I_{R_2} = \frac{-E_2}{Z_2 + \frac{R \cdot Z_1}{R + Z_1}} \cdot \frac{Z_1}{R + Z_1} = -E_2 \cdot \frac{Z_1}{Z_1 Z_2 + R(Z_1 + Z_2)} = -33,54 / \underline{41,57^\circ} \text{ mA}$$

Siirrytään hetkellisarvoihin taajuudella 2ω :

$$i_{R_2}(t) = -47,43 \sin\left(2\omega t + \pi \frac{41,57^\circ}{180^\circ}\right) \text{ mA}$$

Kokonaisvirta:

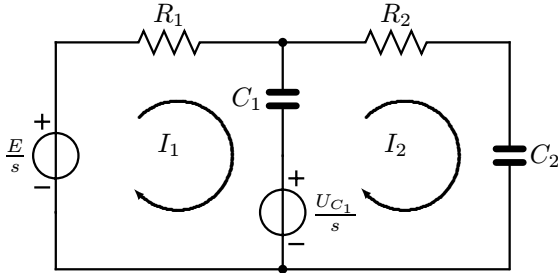
$$i_R(t) = i_{R_1}(t) + i_{R_2}(t) = \left[65,76 \sin\left(\omega t + \pi \frac{20,54^\circ}{180^\circ}\right) - 47,43 \sin\left(2\omega t + \pi \frac{41,57^\circ}{180^\circ}\right) \right] \text{ mA}$$



Piiriin vaikuttaa tasajännite E . Johda virran Laplace-muunnos $I(s)$ ja etsi vastaava ajan funktio $i(t)$, kun kytkin k suljetaan ajan hetkellä $t = 0$ ja piiri on aluksi jatkuvuustilassa ja kondensaattori C_2 on varaukseton.

$$\begin{aligned} R_1 &= 5 \text{ k}\Omega & R_2 &= 2 \text{ k}\Omega & E &= 12 \text{ V} \\ C_1 &= 100 \text{ }\mu\text{F} & C_2 &= 200 \text{ }\mu\text{F}. \end{aligned}$$

Kondensaattorin C_1 jännite ennen kytkimen k sulkemista $U_{C_1} = E = 12 \text{ V}$, $U_{C_2} = 0 \text{ V}$, Kytkimen sulkemisen jälkeen Laplace-muunnettu piiri:



$$\begin{bmatrix} R_1 + \frac{1}{sC_1} & -\frac{1}{sC_1} \\ -\frac{1}{sC_1} & R_2 + \frac{1}{sC_1} + \frac{1}{sC_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E}{s} - \frac{U_{C_1}}{s} \\ \frac{U_{C_1}}{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{E}{s} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{\frac{E}{s} \left(R_1 + \frac{1}{sC_1} \right)}{\left(R_1 + \frac{1}{sC_1} \right) \left(R_2 + \frac{1}{sC_1} + \frac{1}{sC_2} \right) - \left(\frac{1}{sC_1} \right)^2} \\ &= \frac{EC_2 (1 + sR_1C_1)}{s^2 R_1 R_2 C_1 C_2 + s (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2) + 1} \\ &= \frac{0,0024 (1 + 0,5s)}{0,2s^2 + 1,9s + 1} = \frac{0,012 (1 + 0,5s)}{s^2 + 9,5s + 5} \end{aligned}$$

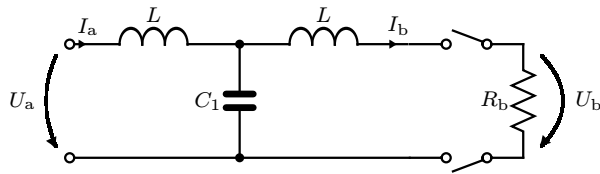
Nimittäjän nollakohdat:

$$s^2 + 9,5s + 5 = 0 \Rightarrow s_1 = -8,94076, \quad s_2 = -0,559236$$

$$I_2 = \frac{0,012 (1 + 0,5s)}{(s + s_1)(s + s_2)} = \frac{A}{s + s_1} + \frac{B}{s + s_2},$$

missä $A = 0,004973$ ja $B = 0,00103139$.

$$i_2(t) = (0,00497e^{-8,941t} + 0,00103e^{-0,559t}) \epsilon(t) \text{ A}$$



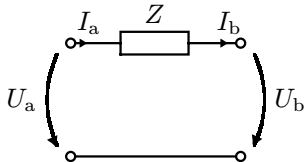
Laske oheisen piirin ketjumatriisi sekä sen avulla syöttöpisteimpedanssi Z_a , kun kuormituksena on resistanssi R_b .

$$\omega = 10000 \text{ rad/s} \quad L = 5 \text{ mH} \quad C_1 = 1 \mu\text{F} \\ R_b = 100 \Omega.$$

Ketjuparametrien määrittely-yhtälöt:

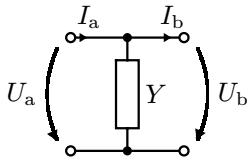
$$\begin{bmatrix} U_a \\ I_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_b \\ I_b \end{bmatrix} = \mathbf{K} \cdot \begin{bmatrix} U_b \\ I_b \end{bmatrix}$$

Näistä saadaan pitkittäisimpedanssille:



$$\begin{aligned} U_a &= U_b + ZI_b \\ I_a &= I_b \end{aligned} \quad \Rightarrow \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Vastaavasti saadaan poikittaisadmittanssille:



$$\begin{aligned} U_a &= U_b \\ I_a &= YU_b + I_b \end{aligned} \quad \Rightarrow \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix}$$

Koko piirin ketjumatriisi saadaan kertomalla eri osien ketjumatriisit keskenään.

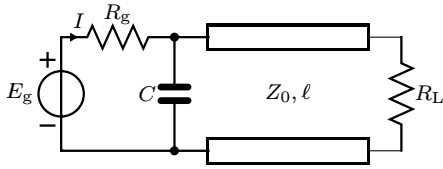
$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \begin{bmatrix} 1 & j\omega L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j\omega C_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & j\omega L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \omega^2 C_1 L & j\omega L(2 - \omega^2 C_1 L) \\ j\omega C_1 & 1 - \omega^2 C_1 L \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0,5 & j75 \Omega \\ j10 \text{ mS} & 0,5 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Tarkistus: Resiprookkiselle piirille pätee $AD - BC = 1$.

Kun piiri on päätetty resistanssilla R_b , pätee: $U_b = R_b I_b$. Saadaan:

$$Z_a = \frac{U_a}{I_a} = \frac{AU_b + BI_b}{CU_b + DI_b} = \frac{AR_b I_b + BI_b}{CR_b I_b + DI_b} = \frac{AR_b + B}{CR_b + D} = \frac{50 + j75}{0,5 + j1} \Omega = (80 - j10) \Omega$$

1.4

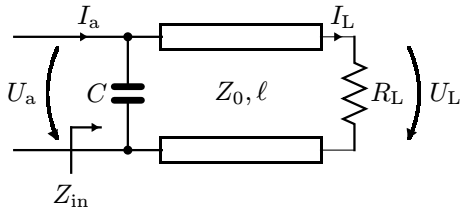


Ratkaise $I(j\omega)$.

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} \cos \theta & jZ_0 \sin \theta \\ jY_0 \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$E_g = 10/0^\circ \text{ V} \quad \omega C = 12 \text{ mS} \quad Z_0 = 50 \Omega \\ R_g = 37,5 \Omega \quad R_L = 100 \Omega \quad \ell = 3\lambda/8 .$$

Ratkaistaan ensin kuvan mukainen Z_{in} :



Käyttämällä annettua siirtojohtojen ketjumatriisia saadaan

$$\begin{bmatrix} U_a \\ I_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j\omega C & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & jZ_0 \sin \theta \\ jY_0 \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_L \\ I_L \end{bmatrix}$$

ja edelleen $U_L = R_L I_L$.

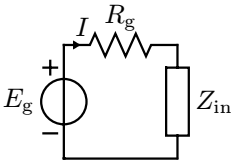
$$\begin{bmatrix} U_a \\ I_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & jZ_0 \sin \theta \\ j\omega C \cos \theta + jY_0 \sin \theta & jZ_0 j\omega C \sin \theta + \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_L I_L \\ I_L \end{bmatrix}$$

$$\theta = \beta \ell = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{3\lambda}{8} = \frac{3\pi}{4}$$

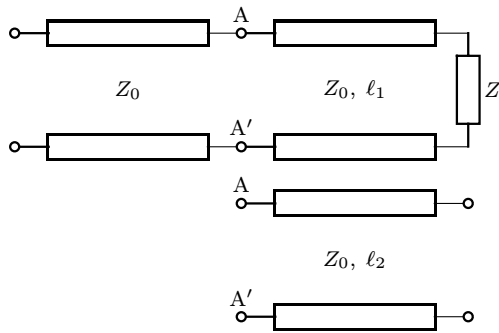
Alkupään impedanssi

$$Z_{in} = \frac{U_a}{I_a} = \frac{R_L \cos \frac{3\pi}{4} + jZ_0 \sin \frac{3\pi}{4}}{R_L j\omega C \cos \frac{3\pi}{4} + jY_0 R_L \sin \frac{3\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} + jZ_0 j\omega C \sin \frac{3\pi}{4}} = \frac{j50 - 100}{j0,8 - 1,6} \Omega = 62,5 \Omega.$$

Kysytty virta voidaan ratkaista sijaiskytkennästä



$$I = \frac{E_g}{R_g + Z_{in}} = \frac{10/0^\circ}{37,5 + 62,5} = 100/0^\circ \text{ mA}$$



Johto ($Z_0 = 50 \Omega$) on päätetty impedanssilla $Z = (20 - j12) \Omega$. Kuorman sovittamiseksi liitetään johtoon avoin johdonpätkä ($Z_0 = 50 \Omega$, pituus ℓ_2) etäisyydelle ℓ_1 kuormasta siten, että liitoskohdasta näkyvä kokonaisimpedanssi on ominaisimpedanssin Z_0 suuruinen. Laske

- (a) etäisyys ℓ_1
 (b) tarvittavan johdonpätkän pituus ℓ_2 .

Johdon sovittamisessa pyritään siihen, että liitoskohdasta näkyvä kokonaisimpedanssi on johdon ominaisimpedanssin suuruinen. Reaaliosa sovitetaan johdolla 1, ja jäljelle jäänyt imaginaariosa kumotaan rinnankytketyllä johdolla 2 siten, että liitoskohdasta näkyvä normalisoitu impedanssi $z_{in} = z_{in,re} + z_{in,im} = 1 + j0$, eli liitoskohdan normalisoitu admittanssi $y_{in} = y_{in,re} + y_{in,im} = 1 + j0$.

Normalisoidaan kuormaimpedanssi Z ja merkitään diagrammille:

$$z = \frac{Z}{Z_0} = \frac{20 - j12}{50} = 0,4 - j0,24.$$

Kuorma-admittanssi saadaan peilaamalla z diagrammin keskipisteen suhteen. Saavutaan pisteeseen $y = 1,84 + j1,1$.

Vaihtoehtoisesti voidaan normalisoida kuorma-admittanssi $Y = 1/Z$ ja merkitä se diagrammille:

$$y = Z_0 Y = 1,8382 + j1,1029$$

Siirrytään generaattoriin päin kunnes päästään pisteeseen, jossa $\Re\{y_{in2}\} = 1,0$. Saadaan:

$$y_{in1} = 1,0 - j1,02 \quad \text{ja} \quad \ell_1 = 0,1315\lambda$$

Avointa piiriä vastaavasta admittanssista $y_a = 0 + j0$ siirrytään generaattoriin päin kunnes päästään pisteeseen, jossa $\Im\{y_{in2}\} = -\Im\{y_{in1}\}$. Saadaan:

$$y_{in2} = 0 + j1,02 \quad \text{ja} \quad \ell_2 = 0,1268\lambda$$

Toinen vaihtoehto:

$$y'_{in1} = 1 + j1,02 \quad \text{ja} \quad \ell'_1 = 0,4564\lambda$$

$$y'_{in2} = 0 - j1,02 \quad \text{ja} \quad \ell'_2 = 0,3732\lambda$$

Koska täysi kierros Smithin diagrammilla vastaa matkaa $\lambda/2$, voidaan näihin matkoihin lisätä mielivaltainen määrä $\lambda/2$:n monikertoja.

