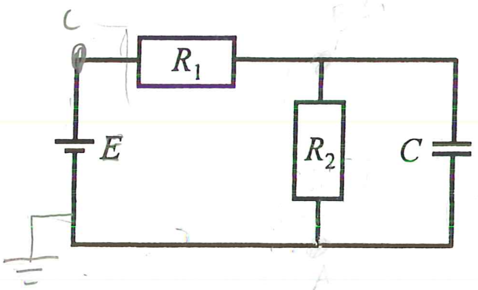
# Tfy-0.1023 Fysiikka IIA — Tentti 9.3.2009

Merkitse jokaiseen vastauspaperiin nimi, opiskelijanumero, osasto ja kurssin koodi

1. Vastaa lyhyesti ja selkeästi seuraaviin kysymyksiin.
a) Kirjoita Gaussin laki magneettikentälle integraalimuodossa ja tulkitse se fysikaalisesti. (1p)
b) Millainen on ferromagneettinen aine? (1p)
c) Staattinen sähkökenttä on pyörteetön. Miten perustelet tämän? (1p)
d) Mitä sähkövuon tiheys kuvaa? (1p)
e) Mikä on staattinen sähköinen dipoli ja miltä sen kenttä näyttää? (1p)
f) Selosta sähkömoottorin toimintaperiaate. (1p)

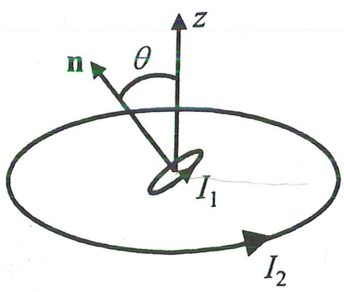
2. a) Määritä oheisessa piirissä olevan kondensaattorin varaamiseen liittyvä aikavakio. (5p)
b) Kuinka suuri on kondensaattorin maksimivaraus? (1p)




3. Kahden samankeskisen pallokuoren (säteet $a$ = 20 mm ja $b$ = 40 mm) väli täytetään muovilla, jonka sähköinen suskeptiivisuus on $\chi_e = 1.4$. Sisempään pallokuoreen tuodaan jännite +10 V ja ulompi kuori maadoitetaan.
a) Laske kondensaattorin kapasitanssi. (3p)
b) Kuinka paljon varausta sisemmässä pallossa on? (1p)
c) Mikä on eristeosan pintavaraustiheys sisä- ja ulkopinnalla? (2p)

4. Hiukkanen, jonka varaus on $q$ kulkee suoran virtajohtimen vieressä johtimen suuntaisesti. Johtimessa kulkee virta $I$ ja tämän lisäksi siihen on tasaisesti jakautunut varaus $\lambda$ pituusyksikköä kohti. Mikä hiukkasen nopeuden tulee olla jotta se etäisyydellä $r$ kulkisi johtimen suuntaisesti? (6p)

5. Pieni ympyränmuotoinen virtajohdin (säde $r_1$) on paljon suuremman ympyränmuotoisen virtajohtimen (säde $r_2 >> r_1$) keskellä. Silmukat ovat aluksi samassa tasossa ja niiden virrat $I_1$ ja $I_2$ kiertävät samaan suuntaan. Jos pienempää silmukkaa käännetään kulman θ verran, määritä siihen vaikuttava vääntömomentti. Milloin vääntömomentti on suurimmillaan? Entä pienimmillään? (6p)



## Vakioiden arvoja

| | |
|---|---|
| Planckin vakio | $h = 6.6261\cdot10^{-34}$ Js |
| h/2π | $\hbar = 1.0546\cdot10^{-34}$ Js |
| valon nopeus tyhjiössä | $c = 2.9979\cdot10^{8}$ m/s |
| alkeisvaraus | $e = 1.6022\cdot10^{-19}$ C |
| tyhjiön permeabiliteetti | $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ N/A$^2$ |
| tyhjiön permittiivisyys | $\varepsilon_0 = 8.8542\cdot10^{-12}$ F/m |
| Boltzmannin vakio | $k = 1.3807\cdot10^{-23}$ J/K |
| elektronin lepomassa | $m_e = 9.1094\cdot10^{-31}$ kg |
| protonin lepomassa | $m_p = 1.6726\cdot10^{-27}$ kg |
| neutronin lepomassa | $m_n = 1.6749\cdot10^{-27}$ kg |
| Stefan-Boltzmannin vakio | $\sigma = 5.6705\cdot10^{-8}$ W/(m$^2$K$^4$) |

## Nabla sylinterikoordinaateissa

$$\vec\nabla = \hat r\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\hat\varphi}{r}\frac{\partial}{\partial\varphi} + \hat k\frac{\partial}{\partial z}$$

$$\vec\nabla\times\vec A = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial\varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right)\hat r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right)\hat\varphi + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rA_\varphi) - \frac{\partial A_r}{\partial\varphi}\right]\hat k$$

$$\vec\nabla\cdot\vec A = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$$

## Nabla pallokoordinaateissa

$$\vec\nabla = \hat r\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\hat\theta}{r}\frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{\hat\varphi}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi}$$

$$\vec\nabla\times\vec A = \frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial(\sin\theta A_\varphi)}{\partial\theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial\varphi}\right]\hat r + \left[\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\varphi} - \frac{1}{r}\frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r}\right]\hat\theta + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right]\hat\varphi$$

$$\vec\nabla\cdot\vec A = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(\sin\theta A_\theta)}{\partial\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}$$

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}$$

$$= \frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\psi) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}$$



## Integraaleja

$$\int \sin ax\,dx = -\frac{1}{a}\cos ax$$

$$\int \cos ax\,dx = \frac{1}{a}\sin ax$$

$$\int \sin^2 ax\,dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2ax}{4a}$$

$$\int \cos^2 ax\,dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2ax}{4a}$$

$$\int \sin^3 ax\,dx = -\frac{1}{a}\cos ax + \frac{1}{3a}\cos^3 ax$$

$$\int \cos^3 ax\,dx = \frac{1}{a}\sin ax - \frac{1}{3a}\sin^3 ax$$

$$\int x\sin ax\,dx = \frac{1}{a^2}(\sin ax - ax\cos ax)$$

$$\int x\cos ax\,dx = \frac{1}{a^2}(\cos ax + ax\sin ax)$$

$$\int x^2\sin ax\,dx = \frac{1}{a^3}(2\cos ax + 2ax\sin ax - a^2x^2\cos ax)$$

$$\int x^2\cos ax\,dx = \frac{1}{a^3}(-2\sin ax + 2ax\cos ax + a^2x^2\sin ax)$$

$$\int x^n\sin ax\,dx = -\frac{1}{a}x^n\cos ax + \frac{n}{a}\int x^{n-1}\cos ax\,dx$$

$$\int x^n\cos ax\,dx = \frac{1}{a}x^n\sin ax - \frac{n}{a}\int x^{n-1}\sin ax\,dx$$

$$\int x\sin^2 ax\,dx = \frac{x^2}{4} - \frac{x\sin 2ax}{4a} - \frac{\cos 2ax}{8a^2}$$

$$\int x\cos^2 ax\,dx = \frac{x^2}{4} + \frac{x\sin 2ax}{4a} + \frac{\cos 2ax}{8a^2}$$

$$\int x^2\sin^2(ax)dx = \frac{x^3}{6} - \frac{x\cos(2ax)}{4a^2} - \frac{(-1+2a^2x^2)\sin(2ax)}{8a^3}$$

## Vektorilaskentaa

$$\vec A\times(\vec B\times\vec C) = (\vec A\cdot\vec C)\vec B - (\vec A\cdot\vec B)\vec C$$

$$(\vec A\times\vec B)\times\vec C = (\vec A\cdot\vec C)\vec B - (\vec B\cdot\vec C)\vec A$$

$$\vec A\cdot(\vec B\times\vec C) = (\vec A\times\vec B)\cdot\vec C$$

$$(\vec A\times\vec B)\cdot(\vec C\times\vec D) = \begin{vmatrix}\vec A\cdot\vec C & \vec A\cdot\vec D\\ \vec B\cdot\vec C & \vec B\cdot\vec D\end{vmatrix}$$

$$\vec\nabla(\psi\xi) = \xi\vec\nabla\psi + \psi\vec\nabla\xi$$

$$\vec\nabla\times(\psi\vec A) = \vec\nabla\psi\times\vec A + \psi\,\vec\nabla\times\vec A$$

$$\vec\nabla\cdot(\psi\vec A) = \vec\nabla\psi\cdot\vec A + \psi\vec\nabla\cdot\vec A$$

$$\vec\nabla\cdot(\vec A\times\vec B) = \vec B\cdot(\vec\nabla\times\vec A) - \vec A\cdot(\vec\nabla\times\vec B)$$

$$\vec\nabla(\vec A\cdot\vec B) = (\vec A\cdot\vec\nabla)\vec B + (\vec B\cdot\vec\nabla)\vec A + \vec A\times(\vec\nabla\times\vec B) + \vec B\times(\vec\nabla\times\vec A)$$

$$\vec\nabla\times(\vec A\times\vec B) = \vec A(\vec\nabla\cdot\vec B) - \vec B(\vec\nabla\cdot\vec A) + (\vec B\cdot\vec\nabla)\vec A - (\vec A\cdot\vec\nabla)\vec B$$

$$\vec\nabla\times(\vec\nabla\times\vec A) = \vec\nabla(\vec\nabla\cdot\vec A) - \nabla^2\vec A$$