

1. Johda seuraava Maxwellin yhtälö:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_{T,N} = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{P,N}$$

Mitä hyötyä tällaisesta yhtälöstä voisi olla?

2. Tarkastellaan alla olevan kuvan mukaista lämpöpumppuprosessia. Turbiini (T) ja kompressori (C) on kytketty yhteen, ja moottori (M) antaa lisäenergiaa. Työaineena on ilma, ja sisäänottoilman lämpötila on  $T_0$ . Turbiinista ilma vapautuu takaisin ulos 1 bar paineessa.

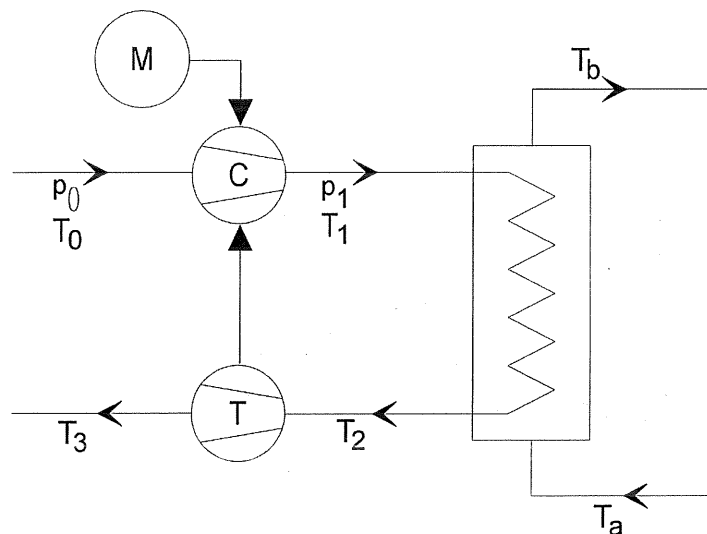
a) Hahmottele kiertoprosessi  $S$ - $H$  ja  $S$ - $T$  -koordinaatistoissa.

b) Laske kun  $T_0 = -10\text{ °C}$ ,  $T_b = 50\text{ °C}$  ja  $T_a = 20\text{ °C}$ .

- turbiinin ulostulolämpötila ( $T_3$ )
- lämpökerroin, eli (luovutettu lämpömäärä)/(tarvittu työ), sekä
- turbiini- ja moottoritehon suhde

Oletukset:

- Käsitellään ilmaa ideaalikaasuna parametreillä  $\gamma = C_p/C_v = 1,4$  ja  $C_p = 3,5R = 29,1\text{ kJ/(kmol K)}$ .
- Ilman puristus- ja laajentumisprosessit kompressorissa (C) ja turbiinissa (T) ovat adiabaattisia ja reversiibeileitä (ts. ideaaliset C ja T).
- Lämmönvaihdin on ideaalinen: ei lämmönsiirtovastusta ( $T_a = T_2$ ,  $T_b = T_1$ ) eikä painehäviöitä (isobaarinen).



KUVA: Lämpöpumppuprosessin kaavio.

3. Mustan aukon entropiaa kuvataan usein yhtälöllä

$$S = \frac{kM^2}{2\sigma_m^2}$$

missä  $k$  on Boltzmannin vakio,  $M$  ns. redusoitumaton massa (irreducible mass), joka koostuu mustan aukon massasta ja kulmaliikemäärästä, ja vakio

$$\sigma_m^2 = \frac{ch}{G}$$

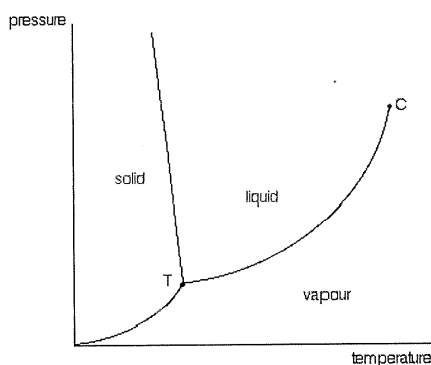
missä  $c$  on valon nopeus,  $h$  Planckin vakio ja  $G$  gravitaatiovakio.

Termodynaamisissa tarkasteluissa redusoitumaton massa rinnastetaan yleensä sisäenergiaan Einsteinin tutulla kaavalla  $U = Mc^2$ . Käyttäen entropian määritelmää ja termodynamiikan ensimmäistä pääsääntöä, johda kaava mustan aukon lämpökapasiteetille  $C$  lämpötilan funktiona. Selitä miksi kyseinen muoto on kummallinen.

Vihje 1: Tarkastele tilannetta, jossa tehty työ on nolla ja lämpökapasiteetti on vakio.

Vihje 2: Käytä absoluuttista nollapistettä referenssilämpötilana.

~~4~~ Selitä yksityiskohtaisesti alla oleva veden faasidiagrammi laajalla paine-lämpötila-alueella.



$$\frac{dp}{dt} = \frac{\Delta h}{T\Delta v}$$

Kuva: Veden faasidiagrammi

5. Selitä lyhyesti

- ~~•~~ termodynaamisten vastefunktioiden käyttö tilan stabiilisuuden määrittämisessä
- ~~•~~ suuri potentiaali (grand potential)
- ~~•~~ pintajännitys
- ~~•~~ Gibbsin faasisääntö
- ~~•~~ Carnot sykli
- ~~•~~ Turbiinin isentrooppinen hyötysuhde

$$(fg)' = f'g + g'f$$

$$fg = \int f'g + g'f$$

$$S_{bh} = \frac{kAc^3}{4Gh}$$