

1. a) Esitä täydennetty Lagrangen sakkofunktio.  
b) Selitä mitä suppenemiskäsitteitä voidaan käyttää optimointialgoritmien vertailuun. Määrittele tarvitsemasi käsitteet.  
c) Kerro mitä etuja ja heikkouksia konjugaattigradienntimenetelmällä on Newtonin menetelmään nähden.
2. a) Määrittele Lagrangen duaalifunktio ja -tehtävä.  
b) Esitä ja todista heikon duaalisuuden lause.  
c) Johda duaali tehtävälle

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{d}^T \mathbf{x} \\ \text{s.e.} \quad & \mathbf{A} \mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \end{aligned}$$

missä  $\mathbf{x} \in \mathcal{R}^n$ ,  $\mathbf{b} \in \mathcal{R}^m$  ja  $\mathbf{H}$  symmetrinen positiivisesti definiitti matriisi. Sievennä tehtävä mahdollisimman yksinkertaiseen muotoon.

3. a) Mitä tarkoitetaan keskuspolulla sisäpistemethoden yhteydessä?  
b) Muunna tehtävä

$$\begin{aligned} \min \quad & \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{s.e.} \quad & \mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b} \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{aligned}$$

logaritmiseksi estefunktioitehtäväksi. Kirjoita estefunktioitehtävän KKT-ehdot ja sisäpistemethoden Newton-päivitysyhtälöt. Voit olettaa että aloituspiste on käypä. Ratkaise hakusuunnat eksplisiittisesti yhtälöistä.

4. Ratkaise tehtävä

$$\begin{aligned} \min_{x,y} \quad & x^2 - xy + y^2 - 3x \\ \text{s.e.} \quad & x \geq 0, y \geq 0 \\ & x + y \leq 4 \end{aligned}$$

aktiivisen joukon menetelmällä alkaen pisteestä  $x = y = 0$ . Perustele kukin työvaihe.