

Mat-1.1420 Matematiikan peruskurssi P2

2. välikoe 31.3.2009 klo 16-19.

Kaikki yo-kokeessa hyväksytyt laskimet ovat sallittuja.

1. Eräällä funktiolla  $y: [0, \infty[ \rightarrow [0, \infty[$  on seuraava ominaisuus: Funktion kuvaajan pisteeseen  $(t, y(t))$  piirretty tangentti leikkaa  $x$ -akselin pisteessä  $(-t, 0)$  kaikilla  $t > 0$ .
  - a) Osoita, että funktio  $y$  toteuttaa differentiaaliyhtälön  $y'(t) = y(t)/2t$  arvoilla  $t > 0$ .
  - b) Ratkaise a-kohdan differentiaaliyhtälö, kun  $y(1) = 1$ .
2. Ratkaise alkuarvot tehtävä  $y'' + 8y' + 12y = 20e^{-x}$ ,  $y(0) = y'(0) = 0$ .
3. a) Määritä alkuarvot tehtävän  $y' = \sqrt{x+y}$ ,  $y(0) = 1$ , ratkaisulle likiarvo  $y(1)$  käyttämällä Eulerin menetelmää neljällä askeleella.
  - b) Laske parametrisoidun tasokäyrän  $x = t^2$ ,  $y = 2t^3/3$ ,  $t \in [0, 1]$ , kaarenpituus.
4. a) Olkoon  $R > 0$ . Määritä ympyrän neljänneksen

$$C = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = R^2, x \geq 0, y \geq 0\}$$

keskiön  $x$ -koordinaatti

$$\bar{x} = \frac{1}{\ell} \int_C x \, ds.$$

- b) Laske vektorikentän  $\mathbf{F}(x, y) = y\mathbf{i} - x\mathbf{j}$  viivaintegraali pitkin a-kohdan käyrää pisteestä  $(R, 0)$  pisteeseen  $(0, R)$ . Kyseessä on siis integraali

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_C y \, dx - x \, dy.$$