

Mat-1.1420 Matematiikan peruskurssi P2

1. välikoe 26.2.2009 klo 17-20.

Kaikki yo-kokeessa hyväksytyt laskimet ovat sallittuja.

1. a) Laske kompleksiluvun

$$\frac{5}{4 + 3i}$$

reaali- ja imaginaariosat sekä moduli ja argumentti.

b) Mikä yhteys kaavalla

$$e^{i(x+y)} = e^{ix} e^{iy}$$

on sinin ja kosinin yhteenlaskukaavoihin?

Vihje: Sovella aluksi Eulerin kaavaa kaikkiin kolmeen exp-termiin.

2) Määritä yhtälön $z^4 = 16i$ kaikki ratkaisut. Vastaukset voi antaa polaari-
muodossa eksponenttifunktion avulla.

3. a) Määritä matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 2 \end{bmatrix}$$

ortogonaalisessa diagonalisoinnissa $A = PDP^T$ esiintyvät matriisit P ja D .

b) Voiko neliömuoto $\mathbf{x}^T A \mathbf{x}$ saada negatiivisia arvoja joillakin vektoreilla $\mathbf{x} = [x, y]^T$, kun $x, y \in \mathbf{R}$?

4. a) Määritä matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

ominaisarvot ja suurinta ominaisarvoa vastaava ominaisvektori.

b) Osoita, että diagonalisoinnissa $A = PDP^{-1}$ matriisille D on voimassa $D^n = D$ aina kun n on pariton. Määritä tätä tietoa käyttämällä A^n kaikilla parittomilla n .