

## Välikoe 2. 22.3.2004 klo 16-19

Täytä huolellisesti kaikki vaaditut tiedot jokaiseen vastauspaperiin.

Vain funktiolaskimet ovat sallittuja!

1. a) Funktio  $y = y(x)$  toteuttaa differentiaaliyhtälön  $y' = \frac{1}{x+y}$  ja alkuehdon  $y(0) = 4$ . Määritä likiarvo arvolle  $y(0.4)$  tavallisella Eulerin menetelmällä käyttäen askelpituutta  $h = 0.2$ .
- b) Funktiot  $u$  ja  $v$  toteuttavat differentiaaliyhtälöryhmän

$$\begin{cases} u' = -u + 3v \\ v' = -4u + 6v. \end{cases}$$

Johda 2. kertaluvun lineaarinen differentiaaliyhtälö funktiolle  $u$ .

2. a) Määritä differentiaaliyhtälön  $3y'' + 2y' - y = 0$  yleinen ratkaisu.
- b) Ratkaise alkuarvot tehtävä

$$\begin{cases} 3y'' + 2y' - y = 2 \cos x - 14 \sin x \\ y(0) = 2 \\ y'(0) = 2. \end{cases}$$

3. Funktiosta  $f = f(x, y, z)$  tiedetään, että  $f_x(0, 0, 0) = 1$ ,  $f_y(0, 0, 0) = 2$  ja  $f_z(0, 0, 0) = 3$ .
- a) Määritä funktion

$$F(t) = f(t \cos t, t \sin t, t)$$

derivaatta  $F'(0)$ .

- b) Määritä kahden muuttujan funktion

$$G(s, t) = f(s + t, s - t, s^2)$$

osittaisderivaatat  $G_s(0, 0)$  ja  $G_t(0, 0)$ .

Huom: Oppikirjoissa käytetään myös merkintöjä

$$G_s(0, 0) = D_1 G(0, 0) = G_1(0, 0) = \left. \frac{\partial G}{\partial s} \right|_{s=t=0}$$

4. Määritä pinnan  $z = x^3 - xy + y^2$  kaltevuuskulma ja tangenttitason yhtälö pisteessä  $(1, 2, 3)$ .

Lisätieto: Kaltevuuskulmalla tarkoitetaan pinnan ylänormaalin ja vektorin  $\mathbf{k}$  välistä kulmaa.