

## Mat-1.442 Matematiikan peruskurssi P2

1. välikoe 23.2.2004

Täytä selvästi *jokaiseen vastaupaperiin* kaikki otsaketiedot.  
**Vain funktiolaskimet ovat sallittuja!**

1. a) Millä muuttujan  $x \in \mathbb{R}$  arvoilla sarja  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{6}{1+x^2}\right)^n$  suppenee ja mikä on tällöin sen summa?  
b) Osoita, että sarjan

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} + \frac{1}{5^4} + \dots$$

summa  $s$  toteuttaa  $s < 0.05$ .

2. Määritä likiarvo integraalille  $\int_0^1 (1 + e^{x^4}) dx$  käyttämällä integroitavan funktion pisteessä  $x = 0$  muodostettua 12. asteen Taylor-polynomia (eli Maclaurinin polynomia). Arvioi virhe.
3. Jonon  $y_0, y_1, y_2, \dots$  ensimmäiset alkioit ovat  $y_0 = 4, y_1 = 3$ , ja muut saadaan palautuskaavasta

$$4y_k = 8y_{k-1} - 3y_{k-2} \quad (k \geq 2).$$

Määritä  $y_5$  ja  $y_{50}$ .

4. a) Määritä differentiaaliyhtälön  $y'(x) + xy(x) = 0$  yleinen ratkaisu.  
b) Ratkaise alkuarvot tehtävä

$$\begin{cases} y' + xy = x, \\ y(0) = 5. \end{cases}$$