

Välikoe 1. 13.10.2003 klo 12-15

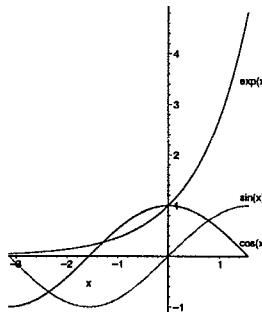
Täytä huolellisesti kaikki vaaditut tiedot jokaiseen vastauspaperiin.

Vain funktiolaskimet ovat sallittuja!

1. Määritä seuraavat raja-arvot, jos ne ovat olemassa:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}, \quad b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}, \quad c) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2-9} \right) \cdot \frac{1}{6}$$

2. a) Laske derivaatta lausekkeesta $\sqrt{\frac{x}{1+2x}}$. $-\frac{a}{3}$
- b) Määritä kolmannen asteen polynomin $x^3 + ax^2 + bx + c$ käännealueet. Tässä a, b, c ovat reaalilukuvakioita.
- c) Määritä funktion $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 - 6$, käännealueet. $-2, 3$
3. Yhtälö $ye^{2y} = \sin(3x) + x$ määrittelee erään tasokäyrän. Osoita, että käyrä kulkee pisteen $(0, 0)$ kautta ja määritä käyrän tangentin yhtälö tässä pisteessä.



$$y = 4x$$

4. Teekkari katselee valkokangasta, jonka korkeus on 5 m ja jonka alareuna on 1 m silmien tason yläpuolella (vrt. kuvio).

- a) Osoita, että valkokangas näkyy kulmassa

$$\alpha(x) = \arctan(6/x) - \arctan(1/x),$$

$$\sqrt{6}$$

missä x on henkilön vaakasuora etäisyys kankaasta.

- b) Määritä
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \alpha(x)$
- ja
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \alpha(x)$
- joko kuvion tai a-kohdan lausekkeen avulla.

Pelkkä vastaus riittää.

- c) Miltä etäisyydeltä kangas näkyy suurimmassa mahdollisessa kulmassa?

