

Mat-1.401 Peruskurssi L1

Välikoe 3 14.12.2004

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

1. Määritä raja-arvot tai päättele, ettei raja-arvoa ole:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x \sqrt[5]{x^5 + 35x^3} - x^2)$ b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{|x|^{4/3}y}{x^2 + 2y^2}$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{1/\sqrt{x}}$

2. Määritä seuraavan kiintopisteiteraation mahdolliset kiintopisteet c ja luokittele nämä attraktiivisiksi tai repulsiivisiksi. Edellisessä tapauksessa määritä myös suppenemisen asymptoottinen kertaluku (lineaarinen, kvadraattinen,...)

$$x_{n+1} = \frac{3}{8}x_n + \frac{3}{2x_n} - \frac{1}{2x_n^3}, n = 1, 2, \dots$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2} &= \frac{3}{8}\sqrt{2} + \frac{3}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{4\sqrt{2}} \\ &= \frac{3}{4\sqrt{2}} + \frac{6}{4\sqrt{2}} - \frac{1}{4\sqrt{2}} \\ &= \frac{8}{4\sqrt{2}} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

3. Määritä käyrän $S : 2x + \cos x + y^3 - y = \pi$ a) tangentin yhtälö b) kaarevuuskeskiö käyrän pisteessä $P = (\frac{\pi}{2}, 1)$. Kaarevuuden laskukaava käyrälle $y = f(x)$:

$$\frac{1}{R} = \frac{|f''(x)|}{(1 + [f'(x)]^2)^{3/2}}$$

4. Koko \mathbb{R} :ssä jatkuva funktio määritellään muualla kuin origossa kaavalla

$$f(x) = \frac{e^{x^2} + 8x \sin x - \cos(x^2)}{x^2}.$$

a) Laske $f(0)$. b) Onko f :llä origossa ääriarvokohta - jos, niin millainen? c) Laske $f^{(4)}(0)$.

Vänd. Svensk text på andra sidan.