$y(x) \leftarrow \frac{1-e^{x}}{1}$ $y(x) \leftarrow \frac{e^{x}-1}{1}$

$y(x) \leftarrow \frac{1+e^{x}}{1}$ $y(x) \leftarrow \frac{e^{x}-1}{1}$

Matematiikan laitos
Teknillinen korkeakoulu

Pitkäranta/Hermelin

Mat-1.402 Peruskurssi L2

$y(x) \leftarrow \frac{e^{x}+1}{1}$

Välikoe 1 23.2.04

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa saa käyttää funktiolaskinta, ei muita apuvälineitä.

1. Määritä alkeisfunktiona (jos mahdollista) tai sarjana integraalifunktiot

$$\text{a)} \quad \int \frac{x}{x^2 - x - 2}\,dx \quad \text{b)} \quad \int \frac{e^x}{x^2}\,dx$$

2. Arvioi luku $n!$ (n-kertoma) suurilla $n \in \mathbb{N}$ sekä ylhäältä että alhaalta vertaamalla luvun logaritmia integraaliin.

3. Olkoon $y(x) \geq 0\,\forall x \geq 0$ ja määritellään

$$\begin{aligned} S_t &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | y = f(x)\,\&\,x \in [0,t]\} \\ A_t &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | 0 \leq y \leq f(x)\,\&\,x \in [0,t]\} \end{aligned}$$

a) Johda funktiolle y differentiaaliyhtälö, kun tiedetään, että S_t:n kaarenpituus $= A_t$:n pinta-ala jokaisella $t > 0$. b) Määritä $y(x)$, $x \geq 0$, kun $y(0) = 2$.

4. Ratkaise alkuarvotehtävät

a) $y^2y'' + y' = 0$, $y(0) = y'(0) = 1$ b) $x^2y'' - xy' + y = x^2$, $y(1) = y'(1) = 0$

1. Bestäm som en elementär funktion (om möjligt) eller som en serie integralfunktionerna

$$\text{a)} \quad \int \frac{x}{x^2 - x - 2}\,dx \quad \text{b)} \quad \int \frac{e^x}{x^2}\,dx$$

2. Bestäm såväl en övre som en mindre gräns för talet $n!$ (n-fakultet) för stora $n \in \mathbb{N}$ genom att jämföra talets logaritm med integraler.

3. Låt $y(x) \geq 0\,\forall x \geq 0$ och definiera

$$\begin{aligned} S_t &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | y = f(x)\,\&\,x \in [0,t]\} \\ A_t &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | 0 \leq y \leq f(x)\,\&\,x \in [0,t]\} \end{aligned}$$

a) Härled en differentialekvation för y om vi vet att båglängden hos S_t= arean hos A_t för alla $t > 0$. b) Bestäm $y(x)$, $x \geq 0$, om $y(0) = 2$.

4. Lös begynnelsevärdesproblemen

a) $y^2y'' + y' = 0$, $y(0) = y'(0) = 1$ b) $x^2y'' - xy' + y = x^2$, $y(1) = y'(1) = 0$