

Mat-1.403 Matematiikan peruskurssi L3

3. välikoe 15. 12. 2005

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Laskimet ovat kiellettyjä.

1. Millä parametrin $\alpha \in \mathbb{R}$ arvoilla matriisin

$$A = \begin{bmatrix} \alpha - 1 & 1 & -1 \\ \alpha & 0 & -1 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

potenssit A^k , $k \geq 1$ ovat rajoitettuja?

2. Ratkaise alkuarvot tehtävä

$$\begin{bmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos(t) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x(0) \\ y(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

$$x(t) = e^{(t-x_0)A} x_0 + \int_{x_0}^t e^{(t-s)A} b(s) ds$$

3. Analysoi systeemin

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y - x^3 \\ xy - 1 \end{bmatrix}$$

käyttäytyminen tasapainopisteiden ympärillä.

4. Onko origo systeemin

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ x^2 - x \end{bmatrix}$$

asymptoottisesti stabiili tasapainopiste? Vihje: tarkastele funktiota

$$V(x, y) = ax^2 + bx^3 + cy^2$$

sopivilla vakioiden a, b, c arvoilla.