

Mat-2.104 Tilastollisen analyysin perusteet

Tentti 7.5.2005/Mellin

Kirjoita *selvästi* jokaiseen koepaperiin alla mainitussa järjestyksessä:

- Mat-2.104 Tap 7.5.2005
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
- nimikirjoitus

Tentissä saa käyttää funktiolaskinta ja Lainisen tai Mellinin kaava- ja taulukkokokoelmaa.

Yhden tehtävistä saa korvata harjoitustyöstä saaduilla pisteillä. Merkitse korvattava tehtävä *selvästi* vastauspaperiin.

Vastaa *lyhyesti* ja *ytimekkäästi*, mutta esitä *niin paljon* perusteluita, että vastauksestasi saa selville *mitä* ja *miksi* olet tehnyt.

1. Kokeessa verrattiin kahta menetelmää, A ja B, lukemisen opetuksessa.

Kokeeseen valittiin peruskoulun 1. luokan oppilaiden joukosta 14 oppilasparia, joissa parin kummallakin jäsenellä sukupuoli, älykkyys, terveys, sosiaalinen status jne. olivat mahdollisimman samanlaisia. Toinen sovitetun parin jäsenistä sai opetusta menetelmällä A ja toinen menetelmällä B. Opetusjakson jälkeen kaikki kokeessa mukana olleet oppilaat joutuivat lukutaitokokeeseen. Tulokset kokeesta (koepisteet) on annettu alla (korkeampi pistemäärä osoittaa parempaa lukutaitoa).

Pari	Menetelmä	
	A	B
1	73	68
2	56	73
3	95	89
4	64	73
5	68	66
6	94	87
7	55	75

Pari	Menetelmä	
	A	B
8	84	88
9	73	85
10	92	96
11	99	91
12	68	86
13	44	59
14	53	67

Ongelmanasi on testata 5 %:n merkitsevyytasoa käyttäen nollahypoteesia H_0 , jonka mukaan opetusmenetelmät A ja B tuottavat lukutaitotestillä mitattuna yhtä hyviä tuloksia, kun vaihtoehtoisena hypoteesina on, että menetelmät eivät ole yhtä hyviä.

Alla on annettu yllä esitettyyn ongelmaan liittyen kaksi Statistix-ohjelman tulostusta.

Tulostus 1.1:

TWO-SAMPLE T TESTS FOR A VS B				
VARIABLE	MEAN	SAMPLE SIZE	S.D.	S.E.
A	72.714	14	17.687	4.7271
B	78.786	14	11.383	3.0422
DIFFERENCE	-6.0714			
NULL HYPOTHESIS: DIFFERENCE = 0				
ALTERNATIVE HYP: DIFFERENCE <> 0				
ASSUMPTION	T	DF	P	95% CI FOR DIFFERENCE
EQUAL VARIANCES	-1.08	26	0.290	(-17.626, 5.4835)
UNEQUAL VARIANCES	-1.08	22.2	0.292	(-17.724, 5.5808)
TESTS FOR EQUALITY OF VARIANCES	F	NUM DF	DEN DF	P
	2.41	13	13	0.0624
CASES INCLUDED 28		MISSING CASES 0		

Tulostus 1.2:

PAIRED T TEST FOR A - B	
NULL HYPOTHESIS: DIFFERENCE = 0	
ALTERNATIVE HYP: DIFFERENCE <> 0	
MEAN	-6.0714
STD ERROR	2.7265
LO 95% CI	-11.962
UP 95% CI	-0.1812
T	-2.23
DF	13
P	0.0443
CASES INCLUDED 14	
MISSING CASES 0	

Tehtävät:

- (a) Tulostuksessa 1.1 on sovellettu t -testiä (josta on kaksi versiota) ja F -testiä. Esittele testit: Kerro mitä on testattu ja mitkä olivat testien tulokset.
- (b) Tulostuksessa 1.2 on sovellettu t -testiä. Esittele testi: Kerro mitä on testattu ja mikä oli testi tulos.
- (c) Vain toinen tulostuksissa 1 ja 2 sovelletuista t -testeistä sopii tehtävän tilanteeseen. Kumpi? Perustele valintasi.

2. Kemisti tutki katalysaattorin määrän vaikutusta erään komponentin konsentraatioon valmistettavassa liuoksessa.

Katalysaattorin määrällä oli 4 tasoa. Tavoitteena oli valmistaa 5 liuosnäytettä kullakin katalysaattorin tasolla, mutta osa näytteistä pääsi tuhoutumaan. Yhteenveto koetuloksista (ko. komponentin konsentraatioprosentit näytteissä) on annettu alla olevassa taulukossa.

TASO1	TASO2	TASO3	TASO4
70.6	70.3	67.7	62.4
68.4	67.6	68.9	63
71.8	68.4	63.8	64.3
71.4	69.4	–	65.1
67	–	–	–

Koetulosten perusteella haluttiin selvittää onko katalysaattorin määrällä vaikutusta ko. komponentin konsentraatioon liuoksessa.

Statistix-tulokset tehdystä tilastollisesta analyysistä on annettu alla.

Huomautus:

Painovirhepaholainen halusi estää vastaamisesi ja korvasi osan tulostuksen 2.1 luvuista kysymysmerkeillä.

Paholainen ei kuitenkaan tiennyt, että osat kyllä määrätä puuttuvat luvut.

Puuttuvat luvut ovat ryhmien sisäistä vaihtelua kuvaava neliösumma, kaikkien neliösummien vapausasteet, keskineliövirheet (MS) sekä F -testisuureen arvo.

Tulostus 2.1:

ONE-WAY AOV FOR: TOSO1 TOSO2 TOSO3 TOSO4					
SOURCE	DF	SS	MS	F	P
BETWEEN	?? SS	94.7299	????????	??????	0.0017
WITHIN	?? SS	????????	????????		
TOTAL	??	134.589			
		CHI-SQ	DF	P	
BARTLETT'S TEST OF		-----	-----	-----	
EQUAL VARIANCES		2.18	3	0.5349	
COCHRAN'S Q			0.4993		
LARGEST VAR / SMALLEST VAR			5.1429		
COMPONENT OF VARIANCE FOR BETWEEN GROUPS					7.13811
EFFECTIVE CELL SIZE					4.0
VARIABLE	MEAN	SAMPLE SIZE	GROUP STD DEV		
-----	-----	-----	-----		
TOSO1	69.840	5	2.0611		
TOSO2	68.925	4	1.1758		
TOSO3	66.800	3	2.6665		
TOSO4	63.700	4	1.2247		
TOTAL	67.506	16	1.8225		
CASES INCLUDED 16		MISSING CASES 4			

Tulostus 2.2:

BONFERRONI COMPARISON OF MEANS

VARIABLE	MEAN	HOMOGENEOUS GROUPS
TASO1	69.840	I
TASO2	68.925	I
TASO3	66.800	I I
TASO4	63.700	.. I

THERE ARE 2 GROUPS IN WHICH THE MEANS ARE NOT SIGNIFICANTLY DIFFERENT FROM ONE ANOTHER.

CRITICAL T VALUE 3.153 REJECTION LEVEL 0.050
STANDARD ERRORS AND CRITICAL VALUES OF DIFFERENCES VARY BETWEEN COMPARISONS BECAUSE OF UNEQUAL SAMPLE SIZES.

Tehtävät:

- (a) Mitä tilastollista menetelmää on käytetty?
Kuvaa käytetyn menetelmän tavoitetta lyhyesti.
 - (b) Mikä on menetelmällä testattu nollahypoteesi?
Mikä on vaihtoehtoinen hypoteesi?
 - (c) Mikä on tulostuksessa 2.1 mainitun Bartlettin testin rooli menetelmän soveltamisessa.
 - (d) Laske tulostuksen 2.1 puuttuvat luvut.
 - (e) Tee johtopäätökset tulostuksesta 2.1.
 - (f) Tee johtopäätökset tulostuksesta 2.2.
3. Tutkimuksessa haluttiin selvittää tietokoneen prosessorin nopeuden ja RAM-muistin koon vaikutus laskenta-aikaan monimutkaisissa matemaattisissa laskutoimituksissa.
- Kokeeseen valittiin kaksi prosessoria (144 MHz ja 400 MHz) ja kaksi muistikoko (128 MB ja 256 MB). Sama matemaattinen ohjelma ajettiin jokaisella nopeus-muistikoko-kombinaatiolla kolme kertaa niin, että jokaisesta kombinaatiosta saatiin 3 havaintoa.
- Tulokset kokeesta (suoritusajat; 1/1000 s) on annettu alla olevassa taulukossa.

Suoritus aika (1/1000 s)		Prosessorin nopeus	
		144 MHz	400 MHz
RAM	128 MB	30	16
		26	9
		16	11
	256 MB	22	6
		12	10
		14	8

Koetulosten perusteella haluttiin selvittää millaisia vaikutuksia prosessorin nopeudella ja RAM-muistin koolla on ko. tehtävän suoritus aikaan.

Statistix-tulostus tehdystä tilastollisesta analyysistä on annettu alla.

Huomautus:

Painovirhepaholainen halusi estää vastaamisesi ja korvasi osan tulostuksen 3.1 luvuista kysymysmerkeillä.

Paholainen ei kuitenkaan tiennyt, että osaat kyllä määrätä puuttuvat luvut.

Puuttuvat luvut ovat *jäännösneliösumma*, kaikkien *neliösummien vapausasteet*, *keskineliövirheet (MS)* sekä *F-testisuureiden arvot*.

Tulostus 3.1:

ANALYSIS OF VARIANCE TABLE FOR AIKA					
SOURCE	DF	SS	MS	F	P
RAM (A)	??	108.000	???????	?????	0.0678
PROSNOP (B)	??	300.000	???????	?????	0.0079
A*B	??	12.000	???????	?????	0.5017
RESIDUAL	??	???????	???????		
TOTAL	??	614.000			

Tehtävät:

- (a) Mitä tilastollista menetelmää on käytetty?
Kuvaa käytetyn menetelmän tavoitetta lyhyesti.
- (b) Mitkä ovat menetelmällä testatut nollahypoteesit?
- (c) Laske tulostuksen 3.1 puuttuvat luvut.
- (e) Tee johtopäätökset tulostuksesta 3.1.

4. Kulutusmenojen tutkimuksessa yksityiset kulutusmenot jaetaan useaan eri osaan, joista yksi on kulutusmenot alkoholiin. Talousteorian mukaan kulutus riippuu hinnasta ja kokonaiskulutusmenoista.

Alla on estimointitulokset regressiomallista

$$LQ1C_i = \beta_0 + \beta_1 LR1C_i + \beta_2 LQTOTAL_i + \varepsilon_i$$

jossa

LQ1C = Alkoholin kokonaiskulutusmenot (kiinteisiin hintoihin)

LR1C = Alkoholin reaalihintaindeksi

LQTOTAL = Kokonaiskulutusmenot (kiinteisiin hintoihin)

Havaintoina oli Suomea koskevat tiedot vuosilta 1950-1981 (32 vuotta).

Huomautus:

Painovirhepaholainen halusi estää vastaamisesi ja korvasi osan tulostuksen 4.1 luvuista kysymysmerkeillä.

Paholainen ei kuitenkaan tiennyt, että osaat kyllä määrätä puuttuvat luvut.

Puuttuvat luvut ovat *mallineliösumma, kaikkien neliösummien vapausasteet, keskineliövirheet (MS), selitysaste sekä F-testisuureen arvo.*

Tulostus 4.1:

UNWEIGHTED LEAST SQUARES LINEAR REGRESSION OF LQ1C						
PREDICTOR VARIABLES	COEFF	STD ERROR	STUDENT'S T	P	VIF	
CONSTANT	-2.475	2.087	-1.19	0.2453		
LR1C	-1.075	0.392	-2.74	0.0103	1.1	
LQTOTAL	1.390	0.054	25.77	0.0000	1.1	
R-SQUARED	???????	RESID. MEAN SQUARE (MSE)	0.01116			
ADJUSTED R-SQUARED	0.9639					
STANDARD DEVIATION	0.10563					
SOURCE	DF	SS	MS	F	P	
REGRESSION	??	?????????	?????????	???????	0.0000	
RESIDUAL	??	0.32358	?????????			
TOTAL	??	9.57471				
CASES INCLUDED 32		MISSING CASES 0				

Tehtävät:

- Mitä tilastollista menetelmää on käytetty?
Kuvaa käytetyn menetelmän tavoitetta lyhyesti.
- Laske tulostuksen 4.1 puuttuvat luvut.
- Mitä johtopäätöksiä voit tehdä tulostuksen F -testistä?
- Mitä johtopäätöksiä voit tehdä tulostuksen t -testeistä?
- Tulkitse hintamuuttujan LR1C ja LQTOTAL regressiokertoimet.
- Onko multikollinearisuus ollut estimoinnissa ongelma?

**5. Tehtävässä 5 tutkitaan tehtävässä 4 estimoidun mallin residuaaleja.
Voit ratkaista tehtävän 5, vaikka et olisi ratkaissut tehtävää 4.**

Tehtävät:

- Tulostus 5.1 esittää tehtävässä 4 estimoidun regressiomallin residuaalien rankit plot -kuviota. Siihen liittyvä Wilkin ja Shapiron testisuureen arvoa vastaava p -arvo on 0.043.
Kerro mitä on testattu ja mitä johtopäätöksiä testin tuloksesta voi tehdä.
- Tulostus 5.2 esittää tehtävässä 4 estimoidun regressiomallin residuaaleista määrättyä Durbinin ja Watsonin testisuureen arvoa.

Kerro mitä on testattu ja mitä johtopäätöksiä testin tuloksesta voi tehdä.

- (c) Tulostus 5.3 esittää tehtävässä 4 estimoidun regressiomallin residuaaleille estimoitua apuregressiota

$$e_i^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{y}_i + \delta_i$$

jossa e_i = tehtävän 4 mallin residuaali ja \hat{y}_i = tehtävän 4 mallin sovite.

Apuregression selitysteesta R^2 voidaan laskea χ^2 -testisuure.

$$\chi^2 = nR^2$$

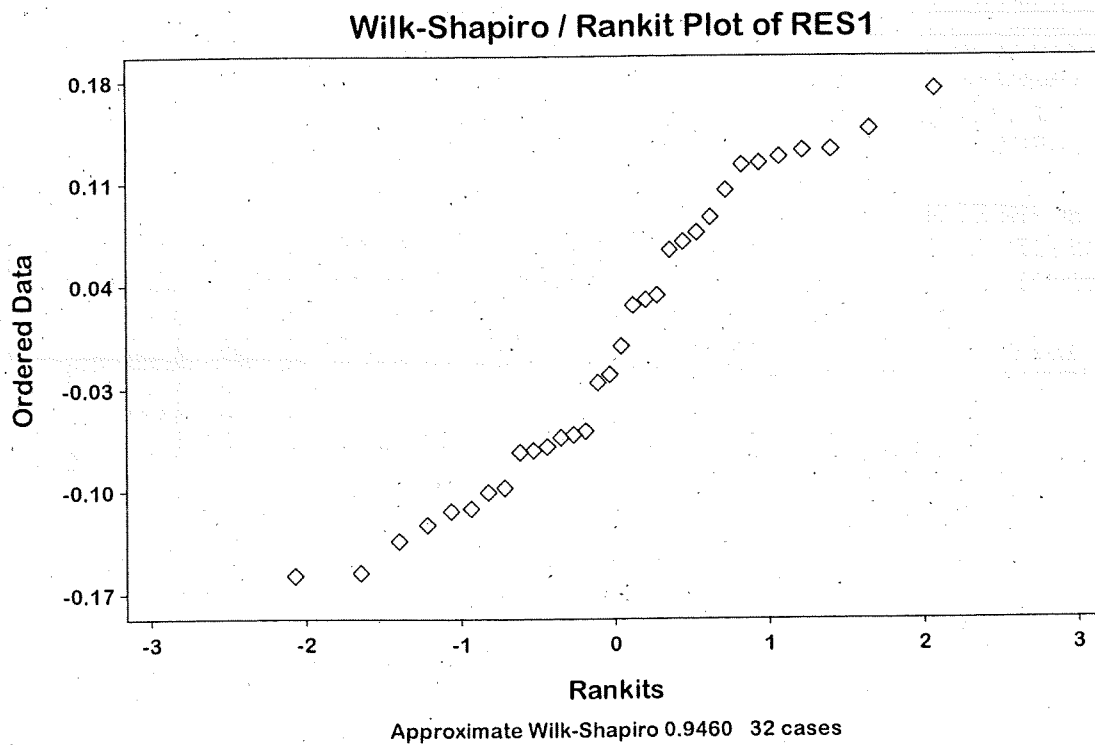
jossa n on apuregression havaintojen lukumäärä. Nollahypoteesin (mikä on nollahypoteesina?) pätiessä

$$\chi^2 \sim \chi^2(1)$$

Tee testi ja kerro mitä tällöin testataan ja mitä johtopäätöksiä testin tuloksesta voi tehdä.

- (d) Mitä sanoisit tehtävän 4 estimoidun regressiomallin hyvyydestä (a)-, (b)- ja (c)-kohtien perusteella?

Tulostus 5.1:



Tulostus 5.2:

DURBIN-WATSON TEST FOR AUTOCORRELATION	
DURBIN-WATSON STATISTIC	0.2367
P-VALUES, USING DURBIN-WATSON'S BETA APPROXIMATION:	
P (POSITIVE CORR)	= 0.0000, P (NEGATIVE CORR) = 1.0000
EXPECTED VALUE OF DURBIN-WATSON STATISTIC	2.1043
EXACT VARIANCE OF DURBIN-WATSON STATISTIC	0.11539
CASES INCLUDED	32 MISSING CASES 0

Tulostus 5.3:

UNWEIGHTED LEAST SQUARES LINEAR REGRESSION OF RES1SQRD					
PREDICTOR VARIABLES	COEFF	STD ERROR	STUDENT'S T	P	
-----	-----	-----	-----	-----	-----
CONSTANT	0.05842	0.01734	3.37	0.0021	
FIT1	-0.00679	0.00243	-2.79	0.0090	
R-SQUARED	0.2064	RESID. MEAN SQUARE (MSE)		5.460E-05	
ADJUSTED R-SQUARED	0.1799				
STANDARD DEVIATION	0.00739				
SOURCE	DF	SS	MS	F	P
-----	-----	-----	-----	-----	-----
REGRESSION	1	4.260E-04	4.260E-04	7.80	0.0090
RESIDUAL	30	0.00164	5.460E-05		
TOTAL	31	0.00206			
CASES INCLUDED	32	MISSING CASES 0			